

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

TRABAJO PRACTICO N° 2

2do Cuatrimestre 2007

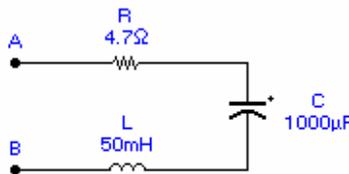
Problemas de Valores Iniciales - Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden

Objetivo

Estudiar el comportamiento de la corriente y la tensión eléctrica en un circuito, resolviendo por medio de un método numérico adecuado un problema de valores iniciales expresado en una ecuación diferencial de 2do. orden.

Enunciado

En un circuito eléctrico que contiene una resistencia R , una inductancia L y un capacitor C , donde i es la corriente en amperes que circula, la caída de tensión a través de la resistencia es iR (R en ohms), a través de



la inductancia es $L di/dt$ (L en henries) y a través del capacitor es $(1/C) \int i dt$ (C en farads). Por lo tanto podemos escribir que la caída de tensión en los terminales AB es

$$V_{AB} = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt$$

Diferenciando respecto a t se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{dV_{AB}}{dt}$$

Desarrollo**Parte I**

Si la tensión V_{AB} que en principio es 0, se lleva de pronto a 15 Volts, por ejemplo, conectando una batería en los terminales AB y se mantiene constante ($dV/dt = 0$), una corriente i fluirá a través del circuito.

Se quiere determinar cómo varía la corriente en función del tiempo t entre 0 y 0.1 segundos si $C=1000\mu\text{F}$, $L=50\text{ mH}$ y $R=4.7\Omega$, utilizando un paso de cálculo $\Delta t = 0.002$ segundos. También se quiere determinar cómo varía la tensión sobre el capacitor durante este intervalo de tiempo. Tener en cuenta que en $t=0$ toda la tensión cae en la inductancia ya que la corriente es nula y la tensión sobre el capacitor es nula.

Parte II

Luego que la tensión se estabiliza en el capacitor (15 V) la batería se retira de modo de permitir que el capacitor se descargue a través de la resistencia y del inductor. Se quiere seguir la corriente y la tensión sobre el capacitor por 0.1 segundos, nuevamente con paso $\Delta t = 0.002$ segundos. Las oscilaciones de amplitud decreciente se llaman oscilaciones amortiguadas (damped oscillations).

Si los cálculos se repiten con valores crecientes de resistencia, las oscilaciones se amortiguan mas rápidamente. Hay un valor de resistencia para el cuál las oscilaciones parecen desaparecer, a lo cual se denomina amortiguamiento crítico (critical damping).

Realizar cómputos para R variando de 4.7 a 22 Ω , y estimar la resistencia crítica.

Parte III

Repetir la parte I suponiendo que el elemento resistivo es no lineal, de modo que la relación entre tensión y corriente resulta

$$V_R = Ki^2$$

Con $K=\text{Número de padrón}/1000$ (Si número de padrón = 0, usar $K=1$).

Aclaraciones generales

1. Se deben determinar las condiciones iniciales para cada caso.
2. Se van a utilizar dos métodos numéricos:
 - a. Método de Nystrom de orden 2.
 - b. Método de Runge Kutta de orden 4, previo reducir a un sistema de dos ecuaciones de primer orden.
3. En todos los casos, mostrar los listados de valores, gráficos en función del tiempo de corrientes y tensiones, comparar con la solución analítica y estimar los errores cometidos por la aplicación del método numérico elegido.