

<b>75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I</b>
----------------------------------

FACULTAD DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

**TRABAJO PRACTICO N° 1**  
*2do Cuatrimestre 2007*

**Ecuaciones no lineales: cálculo de raíces y errores**

---

INTRODUCCION

La siguiente función polinómica tiene una sola raíz real positiva (\*);

$$P(x) = x^4 + 2x^2 - x - 4\theta$$

Para calcularla se proponen los siguientes algoritmos iterativos:

Algoritmo 1:  $x_{n+1} = -x_n^4 - 2x_n^2 + 2x_n + 4\theta$

Algoritmo 2:  $x_{n+1} = \left(-2x_n^2 + x_n + 4\theta\right)^{1/4}$

Algoritmo 3:  $x_{n+1} = \left(\frac{-x_n^4 + x_n + 4\theta}{2}\right)^{1/2}$

Algoritmo 4:  $x_{n+1} = \left(\frac{x_n + 4\theta}{x_n^2 + 2}\right)^{1/2}$

Algoritmo 5:  $x_{n+1} = \frac{3x_n^4 + 2x_n^2 + 4\theta}{4x_n^3 + 4x_n - 1}$

DESARROLLO DEL PRACTICO

**A) Generalidades:**

**A.1** (\*) Determine el coeficiente  $\theta$  mediante  $\theta = NP/10^5$ , donde NP=# de Padrón. Con esta elección  $0.5 < \theta < 1$  (usualmente). En caso de trabajar en equipo usar NP de uno de los alumnos.

**A.2** Estudie la función dada para determinar el entorno donde se encuentra la raíz buscada (realice un gráfico o una pequeña tabla).

**B) Propiedades de convergencia:**

**B.1** Compruebe que en el límite  $n \rightarrow \infty$  cada algoritmo converge a la solución analítica del problema matemático. Informe su demostración.

**B.2** Desarrolle un programa computacional que utilice los 5 algoritmos propuestos. Trabaje en **simple precisión** y utilice un criterio de corte para errores relativos menores a  $10^{-5}$ .

**B.3** Estudie en forma experimental las propiedades de convergencia de cada uno de los algoritmos propuestos. Para ello corra el programa para diferentes valores del punto inicial  $x_0$  (semilla) y determine explícitamente los respectivos intervalos de convergencia. Empiece con un intervalo no menor que  $[0.5X, 2X]$  siendo  $X$  un valor aproximado (a partir de **A.2**) de la raíz buscada. Complete la siguiente tabla:

Algoritmo #	Intervalo de convergencia	
	$X_{\text{minimo}}$	$X_{\text{maximo}}$
1		
2		
3		
4		
5		

**B.4** De acuerdo a lo estudiado en **B.3** emplee un punto de partida permitido y común a los 5 algoritmos. Muestre una tabla con los resultados numéricos obtenidos en las sucesivas iteraciones para cada uno de ellos (aún sin convergencia):

n (iteración)	$X_{n+1}$ (simple precisión)				
	1	2	3	4	5
1					
...	...	...	...	...	...
N					

**C) Errores y velocidad de convergencia**

**C.1** Realice una figura mostrando el error relativo en función del número de iteración para cada uno de los algoritmos (**todas las curvas en la misma figura**).

**C.2** Realice una figura mostrando el error relativo de cada iteración en función del error del paso anterior para cada uno de los algoritmos. Obtenga información sobre la velocidad de convergencia de cada método.

**C.3** Corra el programa en doble precisión y con una tolerancia relativa de  $10^{-10}$ . Construya una tabla como la de **B.4**.

**C.4** Compare con los resultados en simple precisión a partir de la siguiente tabla (escribir cada raíz correctamente redondeada):

Método #	Simple precisión		Doble precisión	
	# iteraciones	raíz	# iteraciones	Raíz
1				
2				
3				
4				
5				

## CONCLUSIONES

Presente sus conclusiones. Indique la solución obtenida en simple y doble precisión.

En particular, comente sobre:

- la relación problema matemático-problema numérico,
- problemas numéricos para resolver un mismo problema matemático,
- convergencia,
- velocidad de convergencia,
- errores de redondeo.