

## Evaluación integradora de fecha 28/07/2014

### Análisis Numérico I (75.12-95.04)

#### Ejercicio nro. 1

Un paracaidista que pesa 80 kgf a nivel del mar se arroja desde un avión a 600 m de altura. A los 3 seg abre el paracaídas. La ecuación del movimiento es:

$$y'' = -g + \frac{\alpha(t)}{M}, \text{ con } t \geq 0, \text{ y los valores iniciales } y(0) = 600, y'(0) = 0.$$

La función  $\alpha(t)$  es una función que aproxima la resistencia del aire que actúa sobre el paracaídas. Puede suponerse para nuestros cálculos:

$$\alpha(t) = \begin{cases} K_1 \cdot y'(t)^2 & t < 3\text{seg} \\ K_2 \cdot y'(t)^2 & t \geq 3\text{seg} \end{cases} \quad \text{Suponiendo } K_1 = 0; K_2 = \frac{4}{15}, \text{ se pide calcular}$$

numéricamente la velocidad y la altura cuando se abre el paracaídas, y la velocidad y la altura a los 6 seg. Tomar para los cálculos  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$  y  $h = 1 \text{ seg}$ .

Usar para la resolución numérica el método de particular de Runge-Kutta de orden 2 convenientemente generalizado  $w_{n+1} = w_n + h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}; w_n + \frac{h}{2} \cdot f(t_n; w_n)\right)$ .

Para la resolución se sugiere efectuar todos los cálculos en el sistema MKS sin indicar las unidades en forma explícita.

#### Ejercicio nro. 2

a) Estudiar la consistencia del método

$$w_{n+1} = w_{n-1} + \frac{h}{3} \cdot [f(t_{n-1}; w_{n-1}) + 4 \cdot f(t_n; w_n) + f(t_{n+1}; w_{n+1})] \text{ (método de Simpson).}$$

b) Estudiar la estabilidad si se usa el método anterior para resolver  $y'(t) = -2 \cdot y(t)$  con  $y(0) = 1$ .

#### Ejercicio nro. 3

a) Dada la fórmula de integración (regla de Boole)

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = \frac{2h}{45} \cdot [7 \cdot f(x_0) + 32 \cdot f(x_1) + 12 \cdot f(x_2) + 32 \cdot f(x_3) + 7 \cdot f(x_4)] - \frac{8}{945} \cdot h^7 \cdot f^{(6)}(\xi)$$

$$\text{Y en donde } h = \frac{b-a}{4}; x_k = a + k \cdot h \text{ y } \xi \in (a; b).$$

¿Cuál es el grado de exactitud de la fórmula?

b) Estimar el valor de la integral  $\int_1^2 \frac{x^3}{1+\sqrt{x}} \cdot dx$  mediante las siguientes fórmulas de

integración:

i) Trapecios compuesto con  $n=4$ .

ii) Simpson compuesto con  $n=4$ .

iii) La fórmula de (a)

Comparar con el valor verdadero que es 1,6470454.

c) Encontrar una regla de integración del tipo

$\int_0^1 f(x) \cdot dx \cong A \cdot f(0) + B \cdot f'(0) + C \cdot f(1)$  que resulte exacta para polinomios

del mayor grado posible. ¿Cuál es ese grado?