Evaluación integradora de fecha 28/02/2014

Análisis Numérico I (75.12-95.04)

Ejercicio nro. 1

Un cuerpo de masa inicial m_0 es acelerado por una fuerza constante *F*. La masa disminuye a razón de *m* unidades de masa por segundo. El cuerpo sufre una resistencia igual a dos veces la velocidad. Suponemos que el cuerpo está inicialmente en reposo.
Si *v* es la velocidad del cuerpo, la ecuación de movimiento es:

$$v'(t) = \frac{(F - 2 \cdot v)}{(m_0 - m \cdot t)}, \text{ con } t \geq 0, \quad v(0) = 0.$$

Se pide:

a) Con $h = 10seg$, $F = 2000N$, $m_0 = 200kg$ y $m = 1kg/seg$, estimar la velocidad al cabo de 50 segundos, utilizando el siguiente método predictor-corrector:

Como predictor el método de Adams Bashforth de orden 2:

$$w_{n+1} = w_n + \frac{h}{2} \cdot [3 \cdot f(t_n; w_n) - f(t_{n-1}; w_{n-1})]$$

Y como corrector el método de Crank-Nicolson: $w_{n+1} = w_n + \frac{h}{2} \cdot [f(t_n; w_n) + f(t_{n+1}; w_{n+1})]$

Considerar una sola corrección con el método corrector y como $v_1 \cong 97{,}5$.

b) Estudiar la "consistencia" del método predictor (el de Adams- Bashforth).

Ejercicio nro. 2

a) Demostrar que la fórmula de integración aproximada $\int_0^{\infty} e^{-x} \cdot f(x) \cdot dx \cong \left(\frac{2+\sqrt{2}}{4} \right) \cdot f(2-\sqrt{2}) + \left(\frac{2-\sqrt{2}}{4} \right) \cdot f(2+\sqrt{2})$ resulta exacta cuando *f(x)* es un polinomio de grado 2 o menor.

b) Usando a), estimar el valor de la integral $I = \int_2^{\infty} e^{-x} \cdot \sqrt{x} \cdot dx$. El valor obtenido es exacto? Por qué si o por qué no? Explique.

Ejercicio nro. 3

a) Obtenga la aproximación polinomial lineal de mínimos cuadrados de $f(x) = x^2 + 3x + 2$ en el intervalo [0;1].

b) Si se pidiera la aproximación cuadrática de la misma *f(x)*, cuál resultaría (Ayuda, no haga cuentas).