

Evaluación integradora de fecha 10/02/2014

Análisis Numérico I (75.12-95.04)

Ejercicio nro. 1

Dada la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden:

$$t^2 \cdot y'' + t \cdot y' - 4 \cdot y = -3 \cdot t, \text{ con } t \geq 1, \text{ y los valores iniciales } y(1) = 4, y'(1) = 3.$$

Se pide:

- a) Discretizarla con el método de Runge-Kutta de orden 2 convenientemente generalizado, cuya ecuación en diferencias es:

$$q_1 = h \cdot f(t_n, w_n)$$

$$q_2 = h \cdot f(t_n + h, w_n + q_1).$$

$$w_{n+1} = w_n + \frac{1}{2} \cdot (q_1 + q_2)$$

- b) Siendo $h = 0,2$. Estimar $y(1,2)$, $y(1,4)$, $y(1,6)$, $y(1,8)$, $y(2)$, $y(2,2)$.

- c) Con la tabla generada por la función $y(t)$ entre 1 y 2,2 estimar $\int_1^{2,2} y(t) \cdot dt$ mediante trapecios y Simpson.

- d) Mostrar que la solución de la ecuación diferencial es : $y(t) = 2 \cdot t^2 + t + t^{-2}$.

- e) Usando los valores calculados en (d) acotar los errores de la estimación calculada en (c).

- f) Estimar la integral de (c) usando el método de Gauss-Legendre con $n=2$, siendo las raíces del polinomio de Legendre de grado 2: $x_2 = -x_1 = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,57735$ y los coeficientes asociados $c_1 = c_2 = 1$. Previamente transformar la integral de 1 a 2,2 a una integral de -1 a 1.

- g) Calcular el verdadero valor de la integral y comparar con la aproximación.

Ejercicio nro. 2

Calcular mediante el método de cuadrados mínimos el polinomio de grado 2 que ajuste a los siguientes datos:

x_k	1	1,1	1,3	1,5	1,9	2,1
y_k	1,84	1,96	2,21	2,45	2,94	3,18

AYUDA:

$$\sum_{k=1}^6 x_k = 8,9 \quad \sum_{k=1}^6 x_k^2 = 14,17 \quad \sum_{k=1}^6 x_k^3 = 24,023 \quad \sum_{k=1}^6 x_k^4 = 42,8629$$

$$\sum_{k=1}^6 y_k = 14,58 \quad \sum_{k=1}^6 y_k \cdot x_k = 22,808 \quad \sum_{k=1}^6 y_k \cdot x_k^2 = 38,0962$$