

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ____/____/____ Nota: ____ (____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 1****Pregunta 1:** Suponga que debe obtener las raíces de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \frac{\ln(x)}{1-x} + 1$;
2. $f(x) = x - [\ln(x) + 1]$,

en el intervalo $[0,5; 1,2]$. ¿Es posible obtener dichas raíces? ¿Qué métodos aplicaría?

Pregunta 2: Usted dispone de un conjunto de 20 pares $[t_i; y_i]$ que representan puntos de una trayectoria en función del tiempo. Se le pide que aproxime la velocidad instantánea en esos puntos.

1. Indique un camino para obtener la velocidad pedida.
2. Alguien sugiere usar un método de interpolación polinomial (Lagrange o Newton) . ¿Qué opina usted?
3. Finalmente, ¿usaría una aproximación por cuadrados mínimos?

Pregunta 3: Se tiene una ecuación diferencial ordinaria del tipo:

$$\frac{dy}{dt} = f(t; y) \quad \text{con } a \leq t \leq b \quad y(a) = \alpha.$$

Al mismo tiempo se conoce que

$$\frac{d^3y}{dt^3} = \text{cte.}$$

1. Indique qué orden de convergencia mínimo debería tener el método que se utilice para que las aproximaciones no tengan error.
2. Si utiliza el método de Crank–Nicolson, ¿puede obtener una solución «exacta»?
3. Si en cambio utiliza el método de Runge-Kutta de Orden 4, ¿puede obtener una solución «sin errores»?

Firma alumna/o

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ____/____/____ Nota: ____ (____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 2**

Pregunta 1: Para resolver un problema dado usted dispone de varios algoritmos. Los datos que dispone para ingresar en esos algoritmos provienen de mediciones. Si lo que puede variar en esos datos es la precisión del elemento de medición:

1. ¿Cómo haría para establecer cual de los algoritmos es el más conveniente?;
2. Si el problema matemático estuviera mal condicionado, ¿podría eso definir que alguno de los algoritmos es mejor que los otros?;
3. En función de las dos respuestas anteriores, que cuidados debería tener al usar el mejor algoritmo.

Pregunta 2: En la *Interpolación por Trazadores Cúbicos* (“Spline”) los coeficientes de cada una de las curvas se obtienen a partir de resolver un Sistema de Ecuaciones Lineales:

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Usted debe programar una calculadora de bolsillo para que calcule:

$$\int_a^b f(x)dx.$$

1. ¿Qué método sugiere para obtener la mejor aproximación posible?;
2. Suponga que una posibilidad incluye conocer las derivadas en los extremos. ¿Puede obtener un algoritmo que las utilice?

Firma alumna/o

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ____/____/____ Nota: ____ (____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 3**

Pregunta 1: El AutoCAD dispone de una función para dibujar curvas «spline». Esta función solicita que se indiquen los puntos por donde debe pasar la curva y las derivadas en ambos puntos extremos.

1. ¿Puede definir qué tipo de «spline» dibuja ese programa?
2. ¿Cómo haría para estimar esas derivadas si contara con los datos numéricos de los puntos por donde debe pasar las curvas?

Pregunta 2: El **Método de los Gradientes Conjugados** (MGC) para resolver *Sistemas de Ecuaciones Lineales* requiere que la matriz de coeficientes del sistema sea simétrica y definida positiva:

1. Indique si este método puede aplicarse a para resolver un sistema que surge de plantear una interpolación polinomial mediante trazadores cúbicos («spline») de cualquier tipo, justificando su respuesta;
2. Asimismo, ¿puede aplicarse para resolver el sistema que surge de plantear una aproximación por cuadrados mínimos?
3. Finalmente, ¿cuál es la mayor ventaja del MGC respecto de los métodos iterativos estacionarios?

Pregunta 3: El **Método de Extrapolación de Richardson** se basa en la siguiente suposición:

$$E(h) = M - N(h) = K_1 \cdot h + K_2 \cdot h^2 + K_3 \cdot h^3 + \dots,$$

donde M es la solución «exacta» en tanto que $N(h)$ es la solución aproximada. Se pide:

1. Caracterice al error $E(h)$, según los tipos de errores que conoce.
2. Si $N(h)$ es una aproximación de la derivada primera, ¿qué debería cumplir $f(x)$ para aplicar este método?
3. ¿En que otras aproximaciones podría usar la Extrapolación de Richardson? Justifique su respuesta.

Firma alumna/o

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ____/____/____ Nota: ____ (____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 4**

Pregunta 1: Una ecuación diferencial ordinaria de orden dos en un intervalo $[a; b]$ requiere dos condiciones de borde (o de frontera) para resolverla. En general, estas condiciones suelen ser $y(a)$ y $y(b)$. Sin embargo, también pueden ser $y'(a)$ y $y'(b)$.

1. ¿Cómo haría para resolver una ecuación así planteada por el **Método de las Diferencias Finitas**?
2. De acuerdo con su respuesta del punto anterior, ¿hay alguna limitación para el planteo del sistema de ecuaciones para resolver el problema?

Pregunta 2: Un método muy utilizado en la ingeniería para integrar numéricamente es la **Cuadratura de Gauss-Legendre**. Este método tiene la ventaja que obtiene integrales definidas «exactas» para determinadas funciones.

1. ¿Qué tipo de funciones son éstas?
2. ¿Qué deben cumplir estas funciones para que efectivamente el resultado por el método sea «exacto»?
3. Si tuviera que programar en una calculadora de bolsillo un método para integrar numéricamente cualquier función, ¿elegiría este método? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Suponga que tiene una matriz A cualquiera y necesita calcular su inversa. Si tuviera que hacerlo con alguno de los métodos para resolver *Sistemas de Ecuaciones Lineales*:

1. ¿Cuál método elegiría?
2. ¿Qué características de la matriz debería evaluar para asegurarse que los resultados sean confiables?
3. Si alguien propone agregar en el código del programa el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, ¿aceptaría la propuesta? Justifique su respuesta.

Firma alumna/o