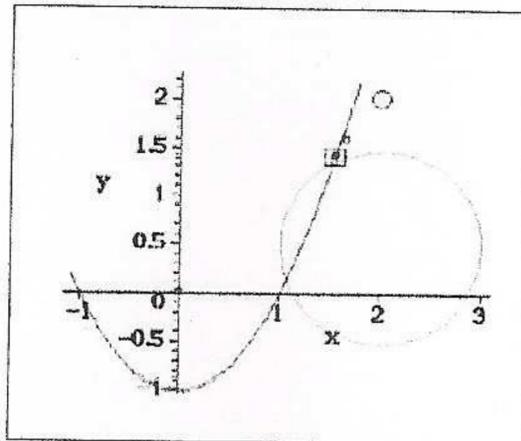


Apellido y Nombre: \_\_\_\_\_

Padrón: \_\_\_\_\_

1. a) Dar una modificación adecuada del método de Newton Raphson para una ecuación con raíces múltiples. ¿La semilla debe cumplir alguna condición especial?
- b) Usando el punto a) halle la raíz triple que la función  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10x + 3$  tiene en el intervalo  $[0,2]$ . Hacer tres iteraciones del método. Trabaje con 4 decimales y redondeo.

2. a) Indicar un método adecuado para resolver sistemas de ecuaciones no lineales.
- b) Dado el sistema no lineal:
 
$$\begin{cases} x^2 - y - 1 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 0.5)^2 - 1 = 0 \end{cases}$$
 tomando  $X^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ , realizar dos iteraciones del método sugerido en a) y estimar el error relativo que comete. El siguiente gráfico muestra la solución real y la semilla dada.



3. a) Aproximar mediante la regla de los trapecios compuesta la integral  $\int_0^3 (x^3 + 1)dx$  usando 6 intervalos, comparar con el valor exacto e indicar el error cometido. Trabaje con 4 decimales y redondeo.
- b) Sabiendo que la fórmula del error para la regla de los trapecios compuesta es:
 
$$E_T = \frac{(b-a)h^2}{12} f''(c) \quad c \in (a, b).$$
 ¿Qué cantidad de subintervalos será suficiente para que el error sea menor que  $10^{-6}$ ?

4. a) Suponga que  $\tilde{x}$  es una aproximación a la solución del sistema  $A \cdot x = b$ , que  $A$  es una matriz no singular y que  $r$  es el vector residual de  $\tilde{x}$ . Demostrar que:

$$\|x - \tilde{x}\| \leq \|r\| \|A^{-1}\| \quad \text{y} \quad \frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|x\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|r\|}{\|b\|} \quad b \neq 0 \quad r \neq 0$$

- b) Dado el sistema:
 
$$\begin{cases} 3.9x_1 + 1.6x_2 = 5.5 \\ 6.8x_1 + 2.9x_2 = 9.7 \end{cases}$$
 que tiene solución única  $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  tome como aproximación  $\tilde{x} = \begin{pmatrix} 0.98 \\ 1.1 \end{pmatrix}$  y aritmética de redondeo a tres dígitos decimales y estime el número de condición de la matriz del sistema. ¿La matriz está bien condicionada? Justifique su respuesta

5. a) Use la serie de Taylor para aproximar  $f'(x)$  y  $f''(x)$  en un entorno de  $x$ . Indique claramente todas las hipótesis que usa.
- b) Con lo hecho en a) resuelva por diferencias finitas el siguiente problema de valores en la frontera:  $y'' + 9y = 0, y(0) = 4, y(2) = 1; n = 4$ . use toda la precisión de su calculadora

**EL EXAMEN SE APRUEBA CON TRES EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS**