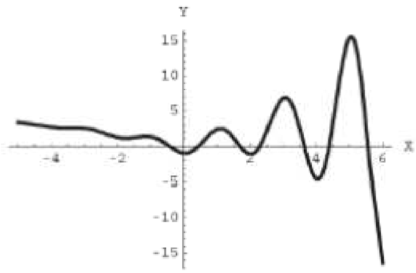
FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Coloquio Integrador ***2/07/2013***

Apellido y Nombre: ____

Padrón: ____

1. a) Demostrar que el método de la bisección genera una sucesión que converge a p (f (p)=0) tal que $|p_n - p| \leq \frac{b-a}{2^n}$ $\quad n \geq 1$ (Indique claramente las hipótesis que usa)
b) La función $f(x) = ln(x^2+1) - e^{x/2}cos(\pi x)$ tiene infinitas raíces en el intervalo [-5,6], como se muestra en la figura. Emplee el método de la bisección para obtener la primer raíz positiva en el intervalo [0.1, 0.5] con una exactitud de 10^{-2}.



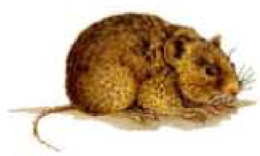
2. a) Dados n valores de una tabla, los respectivos valores de una función y su derivada en esos puntos determinar, en forma general, el polinomio de Hermite que interpola esos valores.
b) Un automóvil se desplaza por una carretera recta y se cronometra su recorrido obteniéndose los siguientes datos:

Tiempo (s)	Posición (m)	Velocidad (m/s)
0	0	75
3	225	77
5	383	80

Use el polinomio de Hermite para predecir la posición y la velocidad del móvil cuando t=3.5 s
¿Podría estimar la velocidad máxima que adquiere el vehículo?

3. El censo de un ratón de campo (***Microtus arvalis***) arroja los siguientes resultados:

Tiempo (meses)	Nº de individuos
0	2
2	5
6	20
10	109



a) Encuentre la ecuación que mejor ajuste la tendencia de los datos.
b) A partir del modelo dado en a) pronostique la cantidad de ratones para el día 9.

4. Sea el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 0.8x_1 - 0.4x_2 = 4 \\ -0.4x_1 + 0.8x_2 - 0.4x_3 = 2 \\ -0.4x_2 + 0.8x_3 = 10 \end{cases}$$
a) Demostrar que el método de Gauss-Seidel converge cualquiera sea el $x^{(0)}$ que tome. Escribir la iteración $x^{(k+1)} = Tx^{(k)} + C$ para una apropiada matriz T y un apropiado vector C
b) Realizar tres iteraciones del método y estime el error relativo cometido entre dos iteraciones consecutivas.

5. Determinar los valores de N y de h que se requieren para aproximar la integral $\int_0^1 e^x cos(2x)dx$ con un error menor a 10^{-3} y calcular dicha aproximación. Use cuatro decimales. Sabiendo que: $|E_T| = \frac{b-a}{180}h^4 \left|f^{iv}(\mu)\right|$ $\quad \mu \in (a,b)$ y la formula de Simpson 1/3 es
$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{\frac{N-2}{2}} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=0}^{\frac{N-2}{2}} f(x_{2j+1}) + f(b)\right]$$

EL EXAMEN SE APRUEBA CON TRES EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS