Coloquio Integrador

11/07/2012

Apellido y Nombre: _____

Padrón: _____

1. a) Demostrar que si $f \in C^m[a, b]$ tiene un cero de multiplicidad m en $p \in (a, b)$, existe un método para hallar esta raíz, como una raíz simple de una adecuada función.
 b) De acuerdo a lo demostrado en a) use cuatro iteraciones del método para hallar la raíz múltiple de $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10x + 3$, Indique claramente el intervalo que usa. Trabaje con 5 decimales.

2. a) Indique las condiciones que debe cumplir un trazador cúbico para que sea una Spline cúbica natural que interpole, $f \in C^1[a, b]$ en $n+1$ puntos del intervalo $[a, b]$ $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$.

b) La relación agua-cemento que se debe poner a la mezcla para hacer hormigón nos proporciona la resistencia final que se le requiere al hormigón. Se tienen los siguientes datos:

X=agua/cemento (%)	40	45	50
Y=resistencia (Kg./cm ²)	390	340	290

Encontrar una Spline natural del tipo $S(x) = \begin{cases} a_0(x-x_0)^3 + b_0(x-x_0)^2 + c_0(x-x_0) + d_0 & x \in [x_0, x_1] \\ a_1(x-x_1)^3 + b_1(x-x_1)^2 + c_1(x-x_1) + d_1 & x \in [x_1, x_2] \end{cases}$ para

estimar la resistencia cuando la relación agua-cemento es 49

3. a) Ajuste una curva de la forma $y = ae^{bx}$ al conjunto de puntos $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^N$ usando cuadrados mínimos.
 b) En la siguiente tabla aparecen recogidos los datos de un pequeño barrio de una ciudad en un periodo de 20 años. Como ingeniero que trabaja en una compañía de servicio debe pronosticar la población que habrá dentro de 5 años, para poder anticipar la demanda de energía

T (en años)	0	5	10	15	20
P (cantidad de habitantes)	100	212	448	949	2009

Use cinco decimales y redondeo.

4. a) Determinar los valores de N y de h que se requieren para aproximar la integral $\int_{0,5}^1 \cos(\sqrt{x}) dx$

con un error menor que 10^{-2} . El error para la regla de los Trapecios es:

$$|E_T| = \frac{h^2(b-a)}{12} |f''(\xi)| \quad \xi \in [a, b]$$

- b) En función de lo hallado en a) Estimar el valor de dicha integral

$$\left(\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} f(x_k) \right] \right)$$

5. a) La rapidez de desintegración de una sustancia radiactiva es proporcional a la cantidad de sustancia presente. Se sabe que la cantidad en el instante $t_0 = 0$ es 50 y que la constante de proporcionalidad es: $k = -0,5699$ (el tiempo esta medido en años) Plantee el problema de valores iniciales para $0 \leq t \leq 6$
 b) Use el método de Euler para estimar la cantidad de sustancia presente en $t = 1,5$ años usando $h=0,5$. Use cinco decimales y redondeo $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(t_i, y_i)$

EL EXAMEN SE APRUEBA CON TRES EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS