

Primer parcial Segundo Cuatrimestre 2013

Tema C - 21/10/2013 - Análisis Numérico I (75.12 95.04) – Curso nro. 6

Ejercicio nro. 1

Dado el siguiente sistema lineal $Ax = b$ cuya solución exacta es $x = (1,8276; 0,6552; 1,9655)^t$.

$$\begin{pmatrix} 0,04 & 0,01 & -0,01 \\ 0,2 & 0,5 & -0,2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,05 \\ 0,3 \\ 11 \end{pmatrix}$$

- Hallar la solución del sistema mediante el método de Gauss sin pivoteo utilizando una grilla de punto flotante de 2 dígitos significativos y redondeo simétrico. (15 puntos).
- Hallar la descomposición LU de la matriz A y calcular $\|A\tilde{x} - b\|_\infty$ usando dicha descomposición. (15 puntos).
- Calcular $\|x - \tilde{x}\|_\infty$ y comparar con el resultado obtenido en el punto anterior. Extraer conclusiones justificando con los conceptos teóricos (10 puntos)

Efectuar todos los cálculos en forma explícita cuando se opere con la grilla.

Ejercicio nro. 2

Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 = 6 \\ 5x_1 + 10x_2 - 4x_3 = 25 \\ -4x_2 + 8x_3 - x_4 = 11 \\ -x_3 + 5x_4 = -11 \end{cases}$$

- Demostrar que el método iterativo de Jacobi aplicado a este problema converge. (15 puntos)
- Determinar el número necesario de iteraciones aplicando dicho método para encontrar la solución con dos decimales correctos. (10 puntos)

Ejercicio nro. 3

Sea la iteración de punto fijo $x_{n+1} = g(x_n)$, donde g es una función definida en $[a, b]$.

- Para $g(x) = \pi + 0,5 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ defina un intervalo que asegure la convergencia del método demostrando las condiciones del Teorema del Punto Fijo. (30 puntos)
- Obtener una aproximación al punto fijo con una exactitud de 10^{-2} (5 puntos)