

Primer parcial – Tema B - 29/05/2013
Primer Cuatrimestre 2013
Análisis Numérico I (75.12) – Curso nro. 6

Ejercicio nro. 1

Se desea encontrar el polinomio de 2do orden $P(x) = a + bx + cx^2$ que interpole a una función $f(x)$ que verifica las siguientes condiciones: $f(0.1) = 1$, $f(0.2) = 0.5$, $f'(0.1) = 0.75$, y $|f^{(3)}(x)| < 1$ para todo $x \in [0.1, 0.2]$.

- a) Obtener el sistema de ecuaciones lineales $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{x} = [a, b, c]^T$ (escriba la matriz A y el vector $\mathbf{b}$ en forma explícita). (5 puntos).
- b) Resolver el sistema por Gauss con pivoteo parcial utilizando una grilla con 2 dígitos significativos y redondeo simétrico. (15 puntos).
- c) Escriba la descomposición LU obtenida, es decir $PA = LU$? (5 puntos).
- d) Realice un paso de refinamiento iterativo de la solución. Se mejora la solución obtenida? Justifique. (15 puntos)

Ejercicio nro. 2

Se desea encontrar el polinomio del Ejercicio 1 utilizando otro método:

- a) Aplicar el método de Newton de diferencias divididas utilizando en los cálculos una grilla con 2 dígitos significativos y redondeo simétrico (10 puntos).
- b) Encontrar una cota ε para el error de aproximación en $x = 0.15$, es decir, tal que $|f(0.15) - P(0.15)| \leq \varepsilon$. (10 puntos)
- c) Compare el polinomio del punto 2.a) con los obtenidos en los puntos 1.b) y 1.d). Saque conclusiones. (5 puntos)

Ejercicio nro. 3

Se desea encontrar el punto de intersección de las funciones $h_1(x) = e^{-x}$ y $h_2(x) = x$ con una exactitud de 10^{-3} .

- a) Proponga una iteración de punto fijo para encontrar la solución. Determine un intervalo de convergencia y el número de iteraciones necesarias para alcanzar la exactitud solicitada. Justifique. (15 puntos)
- b) Resuelva por Newton-Raphson utilizando no más de 5 iteraciones. Compare el comportamiento del algoritmo con el del punto a). (10 puntos)
- c) Indique el orden de convergencia del punto a) y el b) justificando teóricamente. (10 puntos)