

Primer Recuperatorio del primer parcial

Tema A - 03/07/2013 - Primer Cuatrimestre 2013

Análisis Numérico I (75.12 95.04) – Curso nro. 6

Ejercicio nro. 1

Dado el siguiente sistema lineal $A \cdot x = b$. Se pide lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.333 \\ 0.5 & 0.333 & 0.25 \\ 0.333 & 0.25 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.167 \\ -0.083 \\ -0.117 \end{pmatrix}$$

- Hallar la solución del sistema mediante el método de Gauss sin pivoteo utilizando una grilla de punto flotante de 3 dígitos significativos y redondeo simétrico. (15 puntos).
- Utilizar la solución de (a) con la misma grilla para aplicar refinamiento iterativo. (15 puntos).
- Sabiendo que el número de condición de A es de 800, y con los resultados de (a) y (b) indicar si es factible obtener una estimación del $K(A)$ y si dicha estimación es buena.

Comparar los resultados de (a) y (b) con la solución exacta $x = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^t$

¿Está el sistema mal condicionado? Explique. (10 puntos).

Efectuar todos los cálculos en forma explícita cuando se opere con la grilla.

Ejercicio nro. 2

Aplique los dos métodos que se enuncian a continuación para hallar el cero de $f(x) = x - \ln(x) - 2$ con una exactitud de 10^{-4} . Determine el intervalo de convergencia de ambos métodos para que se satisfagan las condiciones del TPF. Utilice en ambos casos $x_0 = 4$:

- Mediante la función de iteración de punto fijo $g(x) = \ln(x) + 2$. (20 puntos).
- Mediante el método de Newton-Raphson. (15 puntos).

Calcule, asimismo, el orden de convergencia y la constante asintótica del error en **forma analítica** para las mismas. Tenga en cuenta que en el intervalo deben estar incluidos algunos de los puntos obtenidos en las iteraciones de a y b (no se puede colocar cualquier intervalo).

Ejercicio nro. 3

- Dadas las siguientes 4 condiciones, se pide hallar el polinomio interpolante de menor grado que las satisface, calculando con dicho polinomio $P(0.5)$. (15 puntos).

x	$f(x)$	$f^{(1)}(x)$
0	0	0
1	4	14

- Sabiendo que $f(x) = 5 \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2$, calcular el error verdadero y la acotación del error para el punto $x=0.5$. (10 puntos).