

**Primer parcial – Tema C – Guía para la resolución
Segundo Cuatrimestre 2011**

Análisis Numérico I (75.12) – Curso nro. 7

Se presenta a continuación un detalle de los aspectos principales a tener en cuenta para la resolución del parcial.

Ejercicio nro. 1

El multiplicador se obtiene de la siguiente forma:

$$m_{21} = \frac{5,291}{0,003000} = 1763, \hat{6} = 1764$$

Luego de la triangulación, la matriz queda así:

$$\begin{pmatrix} 0,003000 & 59,14 \\ 0 & -104300 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 59,17 \\ -104400 \end{pmatrix}$$

Los coeficientes se obtienen de la siguiente forma:

$$a_{22} = -6,130 - (1764 * 59,14) = -6,130 - 104322,96 =_{Grilla} -6,130 - 104300 = -104300$$

$$\begin{aligned} a_{23} &= 46,78 - (1764 * 59,17) = 46,78 - 104375,88 =_{Grilla} -6,130 - 104400 \\ &= -104353,22 =_{Grilla} -104400 \end{aligned}$$

La solución es $\begin{pmatrix} -10 \\ 1,001 \end{pmatrix}$.

Esta solución es muy diferente de la solución exacta debido a que la división por 0,003000 amplifica el error de redondeo.

La solución exacta se obtiene en un solo paso de refinamiento iterativo.

Dependiendo de cómo se haya aplicado la grilla, el error se puede haber propagado al resto de los cálculos para el refinamiento iterativo y para la estimación del número de condición.

El error más común se presentó en la obtención del coeficiente a_{23} .

El número de condición de la matriz A puede obtenerse **exactamente** como:

$$K(A) = \|A\|_{\infty} * \|A^{-1}\|_{\infty}$$

Para la matriz dada, $K(A) \cong 12$ el cual es pequeño (< 100) y significa que la matriz está bien condicionada.

Con respecto a la **estimación de $K(A)$** es factible obtenerla si se verifica:

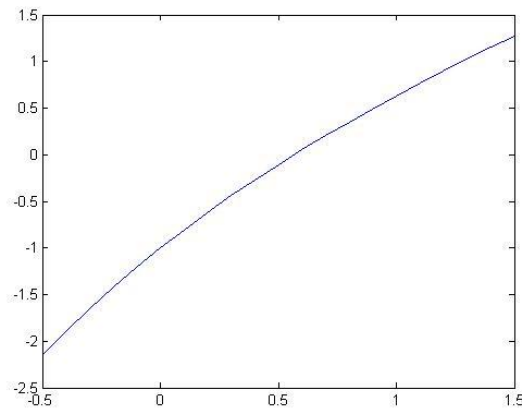
$$\frac{\|\delta x\|_{\infty}}{\|\tilde{x}\|_{\infty}} 10^t \leq 0,05$$

Para la solución obtenida, no se verifica esta desigualdad con t dado. Se podría obtener otra estimación modificando t .

En algunas resoluciones esta conclusión fue errónea debido al error propagado de las soluciones obtenidas en los puntos (a) y (b).

Ejercicio nro. 2

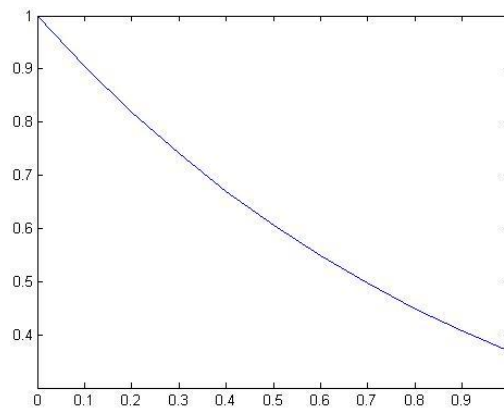
Como primer paso, se puede graficar la función para determinar aproximadamente el intervalo donde puede existir una raíz.



La única raíz está en $[0 ; 1]$ dado que $f(0) = -1 < 0$, $f(1) = 0,6321 > 0$ y es única pues $f'(x) = 1 + e^{-x} > 0$ es siempre creciente.

Para la función de iteración de punto fijo dada, se prueban las 3 condiciones del TPF para el intervalo $[0 ; 1]$.

Para dicho intervalo, se verifican las condiciones de existencia (al menos un punto fijo), pero no se verifica la condición de unicidad pues $|g'(0)| = 1$.



Como $g(1) = 0,36$ entonces se puede achicar el intervalo tomando $[0,3 ; 1]$ y se prueban nuevamente las condiciones del TPF. Como la función es monótona decreciente, su valor máximo estará dado por $g(0,3)$ y su valor mínimo por $g(1)$.

Este no es el único intervalo, se puede trabajar con otros intervalos siguiendo el mismo procedimiento.

Los errores más comunes fueron considerar intervalos donde no se cumplían las condiciones del TPF, desconocer la condición de unicidad y no probar todas las condiciones.

Para hallar la raíz con una exactitud de 10^{-2} se itera con la función hasta tener 2 decimales correctos, es decir, que se deben repetir 2 decimales redondeados en iteraciones sucesivas. La raíz es $\cong 0,5671$. El número de iteraciones necesario dependerá del intervalo elegido y del punto de arranque.

Para el método de Newton-Rapshon se aplica la definición de $\varphi(x)$ y se trabaja de la misma forma con el TPF.

En este caso, el número de iteraciones para alcanzar la raíz es menor al del método de Punto Fijo.

Ejercicio nro. 3

Construimos la tabla de Diferencias Divididas que queda de la siguiente forma:

x	$f(x)$			
0	-1	1	1	
1	0	3	2	$\frac{1}{3}$
2	3	7		
3	10			

A partir de esta tabla construimos el polinomio:

$$P(x) = -1 + 1(x - 0) + 1(x - 0)(x - 1) + \frac{1}{3}(x - 0)(x - 1)(x - 2)$$

Distribuimos y simplificamos:

$$P(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x - 1$$

Finalmente, debe comprobarse que el polinomio evaluado en los puntos dados verifica los valores de la función.

En general, este ejercicio no tuvo inconvenientes, en algunos casos no se calcularon correctamente los coeficientes de la tabla y en otros, no se comprobó la evaluación del polinomio en los puntos dados.