

Deducción de la altura de los árboles de Fibonacci:

La recurrencia es: $n(h) = n(h-1) + n(h-2) + 1$

El término general de la serie $n(h)$ es:

$$n_h := \frac{\left(-1 - \frac{1}{5}\sqrt{5}\right)\left(-2\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^h}{1-\sqrt{5}} + \frac{\left(\frac{1}{5}\sqrt{5} - 1\right)\left(-2\frac{1}{1+\sqrt{5}}\right)^h}{1+\sqrt{5}} - 1$$
$$- \frac{2}{5} \frac{\sqrt{5}\left(-2\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^h}{1-\sqrt{5}} + \frac{2}{5} \frac{\sqrt{5}\left(-2\frac{1}{1+\sqrt{5}}\right)^h}{1+\sqrt{5}}$$

Evaluable numéricamente:

$$n(h) = 1.894427191(1.618033988)^h + .1055728091(-.6180339886)^h - 1$$

El número de nodos en función de la altura es:

$$n(h) \approx 1.894427191(1.618033988)^h$$

Para acotar por arriba, se desea encontrar el valor de la constante c que satisface:

$$c \cdot \ln(n) / \ln(2) = 2.078086923 \cdot \ln(.5278640450 \cdot n)$$

Resulta:

$$c = 1.440420092 \frac{\ln(.5278640450 \cdot n)}{\ln(n)}$$

El factor que depende de n , tiende a uno:

$$c = \lim_{n \rightarrow \infty} 1.440420092 \frac{\ln(.5278640450 \cdot n)}{\ln(n)} = 1.440420092$$