Resolución del primer modelo:

Resultados obtenidos en la corrida:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1916965E+09

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
PO	0.000000	1000.000244
PS	546428.625000	0.000000
PINOS	2176785.750000	0.000000
EUCA600	100000.000000	0.000000
EUCA800	0.000000	49.999996
M	0.000000	1.000000
PULPA	1821428.625000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
PRODPUL)	0.000000	-437.500000
DISPHS)	0.000000	7.321432
RESGUB)	197843216.000000	0.000000
SECADO)	0.000000	-540.000061
COMPMAT)	46428.625000	0.000000
DEMANDA)	53571.375000	0.000000
GANANCIA)	171696528.000000	0.000000
DIV)	0.000000	50.000000

NO. ITERATIONS= 4

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
PO	1700.000000	1000.000305	INFINITY
PS	1800.000000	INFINITY	341.666779
PINOS	-350.000000	50.000000	50.000000
EUCA600	-300.000000	INFINITY	50.000000
EUCA800	-400.000000	49.999996	INFINITY
M	-1.000000	1.000000	INFINITY
PULPA	0.000000	INFINITY	102.500046

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
PRODPUL	0.000000	392449.218750	1741428.625000
DISPHS	25500000.000000	2499997.250000	2166669.000000
RESGUB	200000000.000000	INFINITY	197843216.000000
SECADO	0.000000	154762.062500	178571.218750
COMPMAT	500000.000000	46428.625000	INFINITY
DEMANDA	600000.000000	INFINITY	53571.375000
GANANCIA	20000000.000000	171696528.000000	INFINITY
DIV	100000.000000	2176785.750000	100000.000000

Análisis de los resultados:

Cuando vemos el reporte de la solución arrojada por el software, notamos que encontró una solución óptima, la cual asigna 0 a PO, 546428.625 a PS, 2176785.75 a PINOS, 100000 a EUCA600, 0 a EUCA800, 0 a M y 1821428.625 a PULPA, lo que da un funcional de $0.1916965E+09. Lo cual se ve en

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1916965E+09

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
PO	0.000000	1000.000244
PS	546428.625000	0.000000
PINOS	2176785.750000	0.000000
EUCA600	100000.000000	0.000000
EUCA800	0.000000	49.999996
M	0.000000	1.000000
PULPA	1821428.625000	0.000000

En la misma sección vemos que PO, EUCA800 y M tienen un REDUCED COST distinto de 0. Que indica la cantidad en que tendría que mejorar (aumentar cuando tratamos de maximizar, y disminuir cuando tratamos de minimizar) el coeficiente objetivo asociado para que resulte rentable asignarle un valor no nulo a cada una de estas variables, así podemos ver por ejemplo que sería necesario aumentar el precio del papel obra en un valor igual a 1000.000244 para que convenga su producción.

A partir de la columna SLACK OR SURPLUS:

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
PRODPUL)	0.000000	-437.500000
DISPHS)	0.000000	7.321432
RESGUB)	197843216.000000	0.000000
SECADO)	0.000000	-540.000061
COMPMAT)	46428.625000	0.000000
DEMANDA)	53571.375000	0.000000
GANANCIA)	171696528.000000	0.000000
DIV)	0.000000	50.000000

deducimos que la segunda restricción junto con la cuarta y la última son quienes limitan al funcional (la primer restricción es naturalmente 0 ya que se trata de una igualdad y por lo tanto no tiene sobrantes), es decir, usamos todas las horas disponibles, el proceso de secado nos limita la producción de los papeles debido a las proporciones que se manejan en este proceso, y por último la cantidad de toneladas de eucaliptos que podemos comprar a $600 es aprovechada al máximo y no sobra ninguna tonelada de este recurso, es decir compramos todas las toneladas de EUCA600 que nos permite el modelo . También podemos observar que la para la restricción RESGUB) la variable slack es distinta de cero, esto nos indica que nos está sobrando la capacidad de comprar más PINO. De la misma manera el valor de slack para la restricción COMPMAT) nos evidencia que hemos superado la producción mínima impuesta por la casa matriz. Así también observamos que para DEMANDA) también tenemos una variable slack que dio distinta de cero, lo que indica que estamos por debajo de la demanda máxima que podemos tener en el período analizado. Finalmente la restricción sobre las ganancias, GANANCIA) también tiene un valor para la slack que es positivo, esto nos ilustra que hemos superado ampliamente el valor mínimo de ganancia que se nos ha sido impuesto.

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
PRODPUL)	0.000000	-437.500000
DISPHS)	0.000000	7.321432
RESGUB)	197843216.000000	0.000000
SECADO)	0.000000	-540.000061
COMPMAT)	46428.625000	0.000000
DEMANDA)	53571.375000	0.000000
GANANCIA)	171696528.000000	0.000000
DIV)	0.000000	50.000000

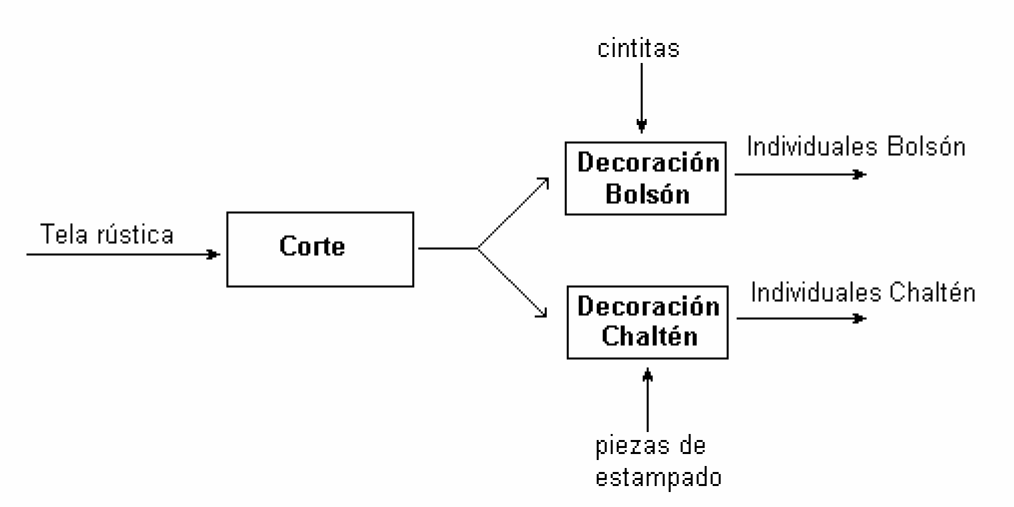
Viendo la columna DUAL PRICES, para nosotros la hora tiene un costo máximo de $7,32 a más de eso, por mas que sea un precio muy barato, no nos conviene pagar teniendo en cuenta las condiciones actuales.
Todos aquellos recursos que tienen una slack distinta de cero tienen un valor en la columna DUAL PRICE que es igual a 0, ya que de ninguna manera me conviene conseguir más recursos de los que tengo porque tengo un sobrante.

En conclusión lo más importante de la resolución obtenida es ver que solo vamos a producir papel satinado, la producción de papel obra no nos conviene, para esto compramos todas las toneladas posibles de eucaliptos al precio más barato, nunca excedemos ese limite y por lo tanto no compramos eucaliptos a $800 la tonelada, con las 100000 toneladas compradas a $600 nos alcanza.

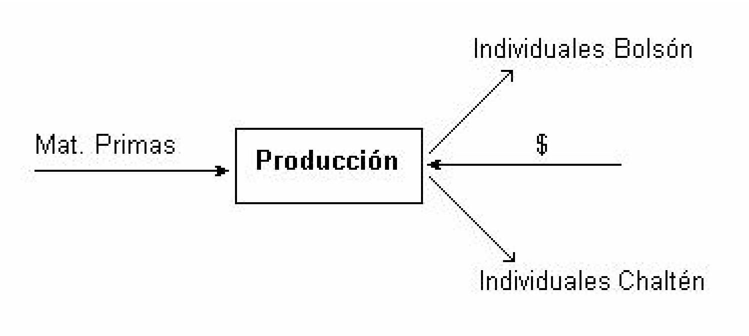
Segundo modelo:

Análisis de la situación problemática:

- Proceso de producción de los individuales:



- Esquema básico del modelo:



Objetivo:

Determinar el plan de producción de individuales Bolsón y Chalten de manera de maximizar las ganancias en un día.

Hipótesis:

- No hay inflación, y si hay no me afecta.
- Se vende todo lo que se produce.
- No se desperdicia tela con los cortes.
- No tengo restricciones respecto al tiempo, capital o mano de obra.
- Se pueden conseguir todas las piezas de estampado que se quieren.
- Suponemos las variables B y Ch continuas, y en el caso de que tomen valores no enteros esa parte se vende proporcionalmente al precio.

Definición de variables:

Variable	Descripción	Unidad
B	Producción de individuales Bolsón	[u/día]
Ch	Producción de individuales Chaltén	[u/día]

Resolución del modelo:

Formulación matemática:

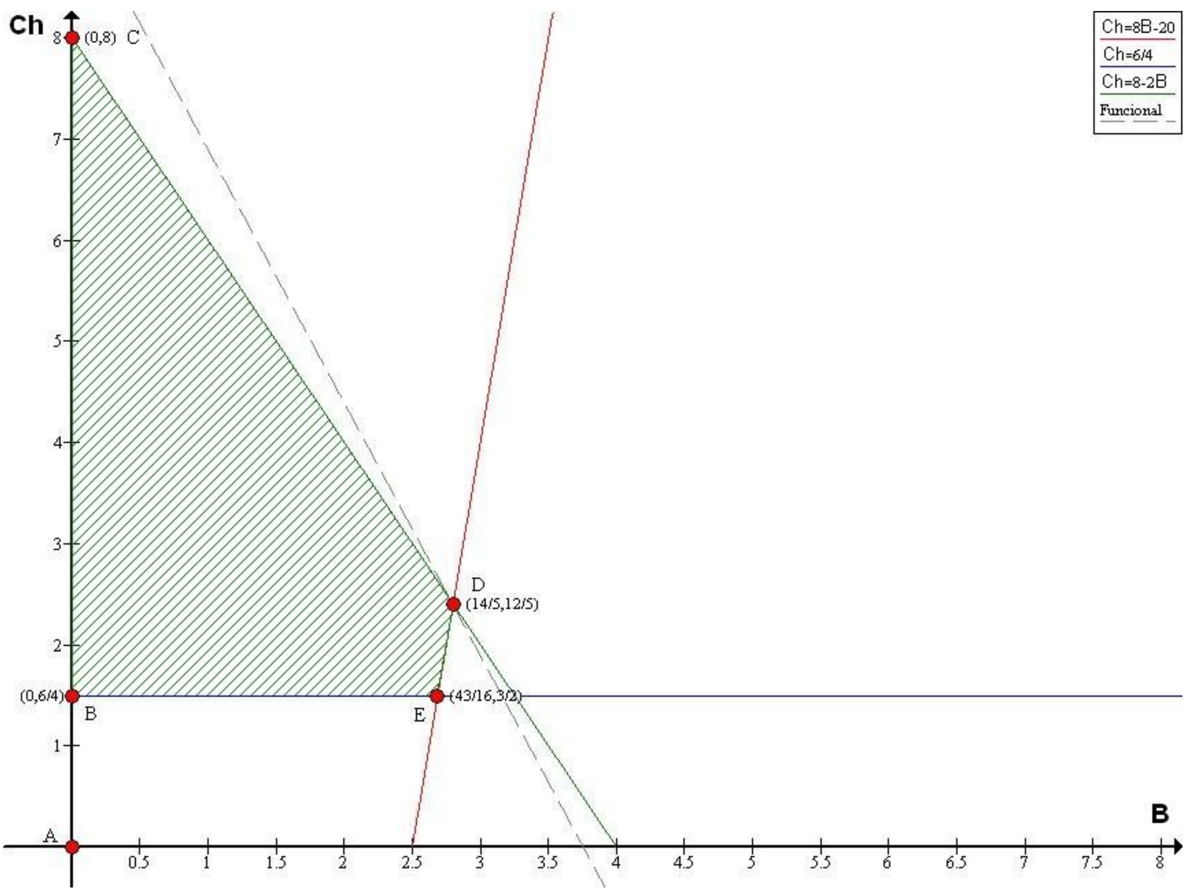
Tela) $$2\left[\frac{m^2}{u}\right]B+1\left[\frac{m^2}{u}\right]Ch \;\leq\; 8\left[\frac{m^2}{dia}\right]$$

Cintas) $$4\left[\frac{\text{cint}}{u}\right]B \;\leq\; 10\left[\frac{\text{cint}}{día}\right] + \frac{Ch}{2\left[u/\text{cint}\right]}$$

Piezas Estampado) $$4\left[\frac{Piez}{u}\right]Ch \;\geq\; 6\left[\frac{Piez}{día}\right]$$

$$Z\;(Max) \;=\; 10\left[\frac{\$}{u}\right]B \;+\; 4\,Ch\left[\frac{\$}{u}\right]$$

1. **Resolución gráfica:**



Planteo las intersecciones de las rectas para los distintos vértices del poliedro de soluciones para determinar en cuál de estos se alcanza la solución óptima:

Punto B):

$$\left.\begin{array}{l} \text{C.N.N.) } B \geq 0 \\ \text{Piezas Estampado) } 4\left[\dfrac{Piez}{u}\right] Ch \;\geq\; 6\left[\dfrac{Piez}{día}\right] \end{array}\right\} \rightarrow (0\ ,\ 1.5)$$

Punto C):

$$\left.\begin{array}{l} \text{C.N.N) } B \geq 0 \\ \text{Tela) } 2\left[\dfrac{m^2}{u}\right] B + 1\left[\dfrac{m^2}{u}\right] Ch \;\leq\; 8\left[\dfrac{m^2}{dia}\right] \end{array}\right\} \rightarrow (0\ ,\ 8)$$

Punto D):

$$\left.\begin{array}{l} \text{Tela) } 2\left[\dfrac{m^2}{u}\right] B + 1\left[\dfrac{m^2}{u}\right] Ch \;\leq\; 8\left[\dfrac{m^2}{dia}\right] \\ \text{Cintas) } 4\left[\dfrac{\text{cint}}{u}\right] B \;\leq\; 10\left[\dfrac{\text{cint}}{día}\right] + \dfrac{Ch}{2[u/\text{cint}]} \end{array}\right\} \rightarrow (2.8\ ,\ 2.4)$$

Punto E):

$$\left.\begin{array}{l} \text{Cintas) } 4\left[\dfrac{\text{cint}}{u}\right] B \;\leq\; 10\left[\dfrac{\text{cint}}{día}\right] + \dfrac{Ch}{2[u/\text{cint}]} \\ \text{Piezas Estampado) } 4\left[\dfrac{Piez}{u}\right] Ch \;\geq\; 6\left[\dfrac{Piez}{día}\right] \end{array}\right\} \rightarrow (1.5\ ,\ 2.69)$$

Aplicando estos puntos al funcional $Z\ (Max) = 10\left[\dfrac{\$}{u}\right] B + 4\ Ch\left[\dfrac{\$}{u}\right]$

Obtenemos:

Vértice	**Posición (B,Ch)**		**Funcional: Z = 10B + 4Ch**
A	0	0	No cumple con las restricciones.
B	0	6/4	6
C	0	8	32
D	14/5	12/5	37,6
E	43/16	3/2	32,875

En esta última tablita vemos que la maximización del funcional se alcanza en el punto del plano (B, Ch) = (14/5 , 12/5) y alcanza el valor Z = 37,6 $/día

2. **Resolución por tablas de Simplex:**

Para empezar a utilizar el método simples primero procedimos a cambiar las variables que venimos utilizando (B , Ch) por el par (x1, x2).
El modelo matemático a resolver queda entonces:

$$
\begin{aligned}
2X_1 + \quad 1X_2 &\leq 8 \\
4X_1 - 0.5X_2 &\leq 10 \\
4\,X_2 &\geq 6
\end{aligned}
$$

El próximo paso es agregar las variables slacks para poder cambiar las desigualdades en igualdades:

$$
\begin{aligned}
2X_1 + \quad 1X_2 + X_3 \qquad\qquad &= 8 \\
4X_1 - 0.5X_2 \qquad + X_4 \qquad &= 10 \\
4\,X_2 \qquad\qquad - X_5 &= 6
\end{aligned}
$$

Finalmente antes de escribir la tabla inicia del método tenemos que agregar una variable artificial μ en la tercera ecuación, para que aparezca la matriz identidad en la tabla:

$$
\begin{aligned}
2X_1 + \quad 1X_2 + X_3 \qquad\qquad\qquad &= 8 \\
4X_1 - 0.5X_2 \qquad + X_4 \qquad\qquad &= 10 \\
4\,X_2 \qquad\qquad - X_5 + \mu &= 6
\end{aligned}
$$

En todas las tablas que van surgiendo al aplicar el método se marcan con flechas rojas, la variable que va a entrar a la base y la que va a salir de ella. También se marca con una elipse roja el ɵ de menor valor que es el que índica la variable a ser extraída de la base. Por último se señala con una elipse verde el pivote a utilizar para obtener los valores de la próxima tabla.

Tabla Inicial:

		$C_j \rightarrow$	10	4	0	0	0	-M	
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	θ
0	x3	8	2	1	1	0	0	0	8
0	x4	10	4	-1/2	0	1	0	0	-
-M	← μ	6	0	4	0	0	-1	1	3/2
	Z_j	-6M	0	-4M	0	0	M	-M	
	$Z_j - C_j$		-10	-4M-4 ↑	0	0	M	0	

Estoy en el punto (x1 , x2) = (0 , 0)

2º Tabla:

C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	θ
		$C_j \rightarrow$	10	4	0	0	0	-M	
0	x3	13/2	2	0	1	0	1/4	-1/4	13/4
0	← x4	43/4	4	0	0	1	-1/8	1/8	43/16
4	x2	3/2	0	1	0	0	-1/4	1/4	-
	Z_j	6	0	4	0	0	-1	1	
	$Z_j - C_j$		-10	0	0	0	-1	1+M	
			↑						

Estoy en el punto (x1 , x2) = (0 , 3/2)

3º Tabla:

C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	θ
		$C_j \rightarrow$	10	4	0	0	0	-M	
0	← x3	9/8	0	0	1	-1/2	5/16	-5/16	18/5
10	x1	43/16	1	0	0	1/4	-1/32	1/32	-
4	x2	3/2	0	1	0	0	-1/4	1/4	-
	Z_j	263/8	10	4	0	5/2	-21/16	21/16	
	$Z_j - C_j$		0	0	0	5/2	-21/16	21/16+M	
							↑		

Estoy en el punto (x1 , x2) = (43/16 , 3/2)

4º Tabla:

C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
		$C_j \rightarrow$	10	4	0	0	0	-M
0	x5	18/5	0	0	16/5	-8/5	1	-1
10	x1	14/5	1	0	1/10	1/5	0	0
4	x2	12/5	0	1	4/5	-2/5	0	0
	Z_j	188/5	10	4	17/5	2/5	0	0
	$Z_j - C_j$		0	0	17/5	2/5	0	M

Estoy en el punto (x1 , x2) = (14/5 , 12/5)

Como vemos en esta última tabla el funcional se maximiza en el punto (14/5 , 12/5) y toma un valor Z = 188/5 = 37.6

3. Resolución por software LINDO:

Las inecuaciones a introducir en el programa tal cual como se ha hecho son las siguientes:

Z (Max) = 10 B + 4 Ch

Tela) 2B + Ch < 8

Cintas) 4B – 0.5 Ch < 10

Piezas Estampado) 4 Ch > 6

Resultados obtenidos en la corrida:

Una vez completado el modelo, usamos un programa llamado LINDO para resolverlo. Los resultados fueron:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 37.60000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
B	2.800000	0.000000
CH	2.400000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
TELA)	0.000000	4.200000
CINTAS)	0.000000	0.400000
ESTAMP)	3.600000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
B	10.000000	INFINITY	2.000000
CH	4.000000	1.000000	5.250000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
TELA	8.000000	INFINITY	1.125000
CINTAS	10.000000	2.250000	14.000000
ESTAMP	6.000000	3.600000	INFINITY

Análisis de los resultados:

Cuando vemos el reporte de la solución arrojada por el software, notamos que encontró una solución óptima, la cual asigna 2,8 a B y 2,4 a Ch, lo que da un funcional de $37,60. Lo cual se ve en

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 37.60000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
B	2.800000	0.000000
CH	2.400000	0.000000

En NO. ITERATIONS = 2 vemos que al programa le llevó dos pasos hallar la resolución del problema. En la misma sección vemos que B y Ch tienen un REDUCED COST de 0. Que indica la cantidad en que tendría que mejorar (aumentar cuando tratamos de maximizar, y disminuir cuando tratamos de minimizar) el coeficiente objetivo asociado para que resulte rentable asignarle un valor no nulo a la variable.
A partir de la columna SLACK OR SURPLUS deducimos que las primeras dos restricciones son quienes limitan al funcional, es decir, usamos toda la tela y las cintas disponibles. Pero nos sobran 3,6 piezas de estampado.

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
TELA)	0.000000	4.200000
CINTAS)	0.000000	0.400000
ESTAMP)	3.600000	0.000000

Viendo la columna DUAL PRICES, vemos que sería rentable pagar hasta $4,2 el metro cuadrado extra de tela, y $0,4 la cinta. Si me ofrecen un metro de tela extra a un precio mayor a ese, por más que sea más barato que precio de mercado, no mejoraría la solución encontrado.
Y como nos sobran piezas de estampillas para nosotros tendrán un precio de $0, ya que de ninguna manera me conviene comprar más piezas de las que tengo.

A continuación vemos una tabla que nos informa la cantidad máxima en que podemos aumentar y disminuir los coeficientes objetivo sin variar la solución óptima.

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
B	10.000000	INFINITY	2.000000
CH	4.000000	1.000000	5.250000

En la tabla vemos que el valor que acompaña a B en el funcional ($10) puede aumentar en forma infinita, o disminuir en dos unidades (hasta $8) sin que cambie el óptimo. Por su parte, siempre y cuando el valor que acompaña a Ch ($4) no exceda a $5 seguiremos teniendo el mismo punto óptimo.
Notar que por más que no cambie el óptimo, si cambiará el funcional.

Y la última tabla (RIGHTHAND SIDE RANGES) nos indica la cantidad máxima en que podemos aumentar y disminuir los recursos disponibles sin variar la solución.

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
TELA	8.000000	INFINITY	1.125000
CINTAS	10.000000	2.250000	14.000000
ESTAMP	6.000000	3.600000	INFINITY

Los valores que figuraban a la derecha de las desigualdades representan la disponibilidad de recursos que teníamos, en nuestro caso, los metros cuadrados de tela por día, o la cantidad de cintas por día o piezas de estampado por día. Los cambios que se produzcan en estos valores afectarán la forma del poliedro y, por extensión, al valor de solución óptima.
En la tabla vemos que podríamos aumentar en forma infinita los metros cuadrados de tela, o disminuirla en 1,125 (hasta 6,875) metros cuadrados, incrementando y disminuyendo con ello el valor del funcional, respectivamente.

Correspondencia entre vértices del gráfico y puntos de las tablas y comparación de éstas con el resultado de LINDO:

Volviendo a mostrar la tabla donde figuran los vértices del poliedro de soluciones factibles junto con los valores que van tomando cada variable y el funcional:

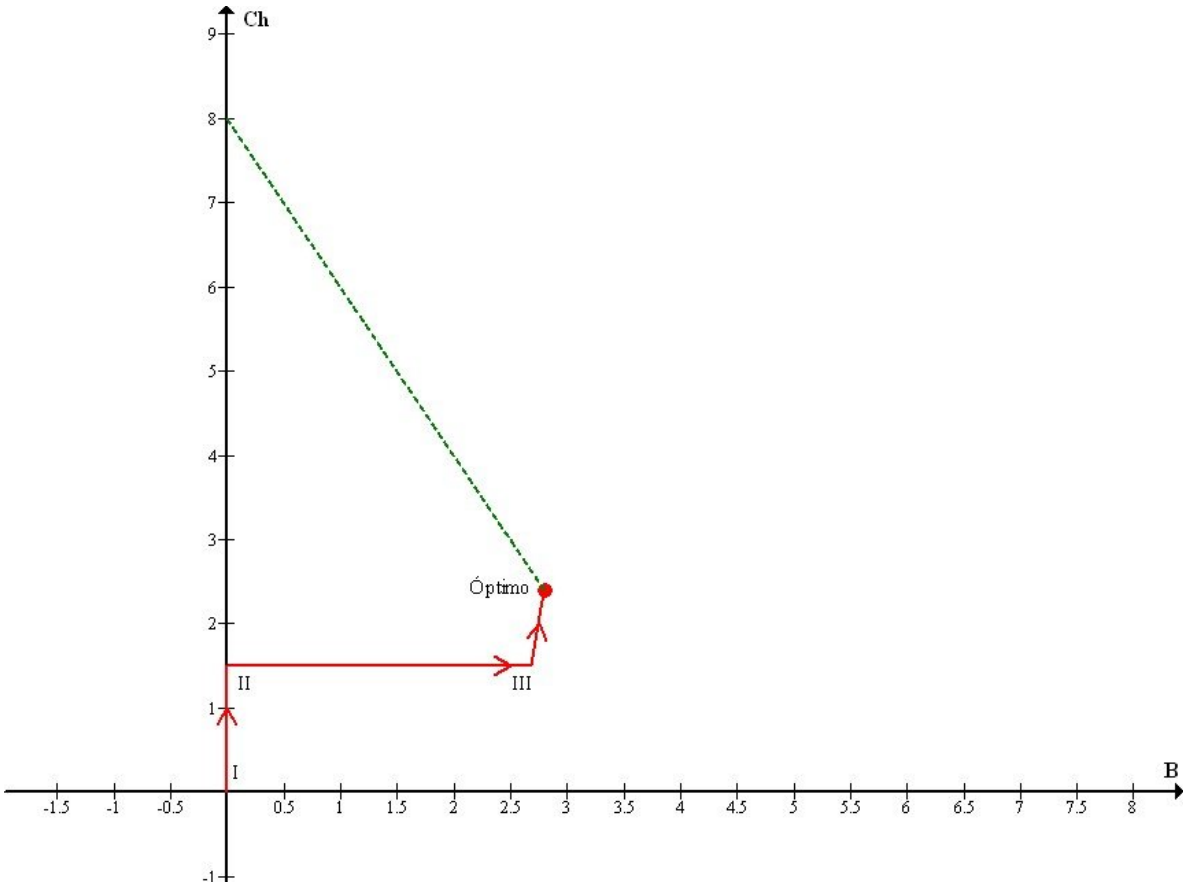
Vértice	**Posición (B,Ch)**		**Funcional: Z = 10B + 4Ch**
A	0	0	No cumple con las restricciones.
B	0	6/4	6
C	0	8	32
D	14/5	12/5	37,6
E	43/16	3/2	32,875

podemos trazar la correspondencia de éstos datos, con los que se fueron obteniendo a partir de la resolución por el método simplex:

Tabla inicial: estoy en el punto (0,0) y el funcional vale Z = -6M
2º Tabla: estoy en el punto (0,3/2) y el funcional vale Z = 6
3º Tabla: estoy en el punto (43/16,3/2) y el funcional vale Z = 263/8
4º Tabla: estoy en el punto (14/5,12/5) y el funcional vale Z = 188/5

Como se ve los valores en ambos casos se corresponden entre sí, es decir los vértices del poliedro van apareciendo como soluciones en las sucesivas tablas del simplex. Pero no todos los vértices del poliedro aparecen en alguna tabla, esto es así por que el funcionamiento del simplex consiste en partir de un punto arbitrario, el origen en este caso, y moverse por los lados del poliedro de un vértice a otro, hasta encontrar aquel en el que la solución se maximiza, de aquí que no es necesario pasar por todos y c/u de los vértices.

Otro análisis que se puede hacer es como se van recorriendo los puntos, para eso vemos que partimos del punto (0,0) como se mencionó, y en primer lugar nos movemos hasta el vértice B = (0,3/2). Luego nos dirigimos hacia el punto E = (43/16,3/2) para, por último, alcanzar el vértice óptimo en D = (14/5,12/5).
Esto se ve más claramente en el siguiente gráfico:



Finalmente podemos ver que los resultados obtenidos en cualquiera de los dos casos, son exactamente los mismos que obtenemos utilizando el LINDO. Como vimos entre otras cosas el LINDO arroja los valores de B y Ch para los cuáles el funcional se maximiza y el valor que este alcanza:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 37.60000

VARIABLE	VALUE	
		14/5
B	2.800000	
CH	2.400000	
		12/5