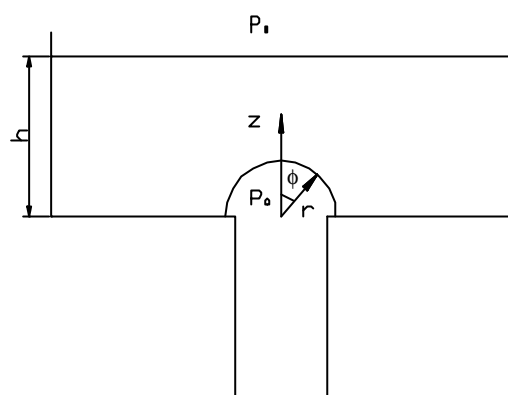


El orificio de salida de un recipiente lleno con agua de altura  $h$  está cerrado con una hemiesfera de peso  $W$  y radio  $r$ . Calcular la fuerza  $F$  necesaria para retirar la hemiesfera.



El problema se puede resolver de dos formas. La primera, utilizando la expresión de la presión en función de la profundidad para calcular la fuerza mediante la integral de dicha presión sobre la superficie de la hemiesfera:

$$p(z) = p_0 - \rho \cdot g \cdot (z - h)$$

$$z(\phi) = r \cdot \cos(\phi)$$

entonces:

$$p(\phi) := [p_0 - \rho \cdot g \cdot (r \cdot \cos(\phi) - h)]$$

$$\vec{dF} = -(p(\phi) - p_0) \cdot dA \cdot \vec{e}_r$$

$$dF_z = \vec{dF} \cdot \vec{e}_z = -(p(\phi) - p_0) \cdot dA \cdot \vec{e}_r \cdot \vec{e}_z = -(p(\phi) - p_0) \cdot \cos(\phi) \cdot dA$$

$$dA = r^2 \sin(\phi)$$

$$F_z := - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (p(\phi) - p_0) \cdot \cos(\phi) \cdot r^2 \sin(\phi) d\theta d\phi$$

$$F_z \rightarrow \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot g \cdot r^3 - \pi \cdot \rho \cdot g \cdot r^2 \cdot h$$

Y la fuerza total  $F$  que habrá que hacer será, teniendo en cuenta el peso de la hemiesfera:

$$F_{\text{tot}z} := -W + F_z$$

$$F := -F_{\text{tot}z}$$

$$F \rightarrow W - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot g \cdot r^3 + \pi \cdot \rho \cdot g \cdot r^2 \cdot h$$

La otra forma de resolver el problema es calcular el peso de la columna de líquido sobre la hemiesfera.

El volumen de líquido que tenemos que tener en cuenta es el de un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$ , menos el volumen de la hemiesfera:

$$V_{\text{cil}} := \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{hemiesf}} := \frac{2}{3} \pi \cdot r^3$$

$$P_{\text{liq}} := -\rho \cdot g \cdot (V_{\text{cil}} - V_{\text{hemiesf}}) \quad P_{\text{liq}} \rightarrow -\rho \cdot g \cdot \left( \pi \cdot r^2 \cdot h - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right)$$

Como la presión atmosférica actúa sobre ambas "tapas" de este cilindro, no influye. Por lo tanto solo resta agregar el peso de la hemiesfera:

$$F := W - P_{\text{liq}}$$

$$F \rightarrow W + \rho \cdot g \cdot \left( \pi \cdot r^2 \cdot h - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right)$$