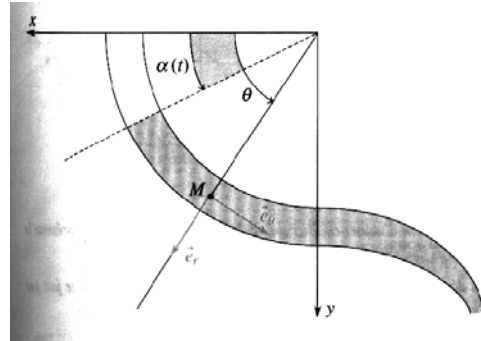


## Problemas Cinemática

### 1. Campo de velocidades y aceleración en formalismo euleriano.

Escribir en formalismo euleriano el campo de velocidades de un fluido que escurre por un tubo con forma de un cuarto de circunferencia de radio  $R$  con las características siguientes:

- La velocidad de una partícula es tangencial
- Las velocidades de las partículas a un instante  $t$  son idénticas en módulo.
- La superficie libre de fluido en el tubo es referenciada por el ángulo  $\alpha(t)$



### 2. Dado un escurrimiento definido en formalismo lagrangiano en la forma $f_1(t) = \xi_1 (1 + bt)$ con $b$ constante

$$f_2(t) = \xi_2$$

Determinar la aceleración de una partícula, directamente y utilizando el formalismo euleriano.

### 3. Sea un campo de velocidades, con un eje ( $Oz$ ) vertical y orientado hacia arriba, definido por

$$v_x = u_0$$

$$v_z = v_0 - gt$$

Determinar las trayectorias y las líneas de corriente.

### 4. Sea un sistema de coordenadas $R'(O'; x'; y'; z')$ en traslación de velocidad

$\bar{V}_0 = \bar{V}_0 \cdot \bar{e}_y$  en referencia a  $R(O; x; y; z)$ . En  $R'$ , un escurrimiento posible de un fluido en el diedro derecho  $(O', x', y')$  es descrito por el campo de velocidades:

$$\bar{v}' = \left( \frac{x'}{\tau}, \frac{y'}{\tau}, 0 \right)$$

Determinar la ecuación en  $R$ :

- De la trayectoria de la partícula pasante en  $t_0$  por  $M_0 = (x_0, y_0)$
- De la línea de corriente pasante en  $t_0$  por  $M_0 = (x_0, y_0)$

### 5. Considerar un escurrimiento bidimensional donde el campo de velocidades, definido en un sistema de coordenadas $(O, x, y, z)$ en la región $x > 0$ e $y > 0$ , es:

$$\bar{v}(r, t) = -k \cdot x \cdot \bar{e}_x + k \cdot y \cdot \bar{e}_y$$

- ¿Qué puede decir de este escurrimiento?
- Determinar las trayectorias de las partículas y las líneas de corriente

6. Utilizar el enunciado anterior para el siguiente escurrimiento tridimensional

$$\bar{v}(\bar{r}, t) = -k \cdot x \cdot \bar{e}_x + k \cdot y \cdot \bar{e}_y + a\omega \cos(\omega \cdot t) \cdot \bar{e}_z$$

Comparar los resultados.

7. Un cilindro de radio “a” se desplaza a velocidad  $V_0$  constante, perpendicular a sus generatrices, en un fluido inicialmente en reposo.

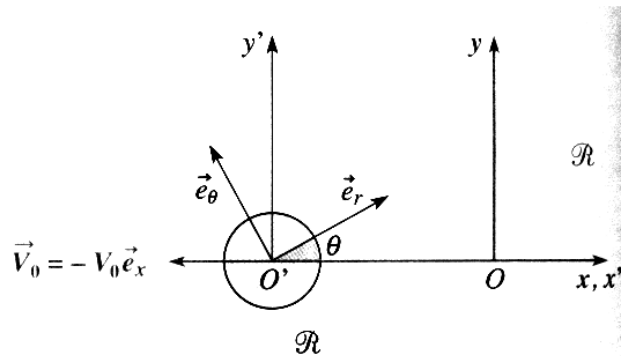
$R(O; x; y; z)$  es el sistema de coordenadas ligado al fluido inicialmente en reposo donde  $\bar{V}_0 = V_0 \cdot \bar{e}_z$  y Oz es paralelo a las generatrices del cilindro.  $R'(O'; x'; y'; z')$  es el sistema de coordenadas ligado al cilindro, donde O'z es el eje del cilindro.

A  $t=0$  suponemos  $O' \equiv O$

El campo de velocidades en  $R'$  viene dado por:

$$\bar{v}'(\bar{r}, t) = \bar{v}'(r, \theta, t) = (v'_r, v'_\theta) = V_0 \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \cos(\theta) \cdot \bar{e}_r - V_0 \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \sin(\theta) \cdot \bar{e}_\theta$$

- Determinar la velocidad para  $r=a$  y  $r=\infty$ .  
En  $r=a$  para  $\theta=0$ ;  $\theta=\pi/2$ ;  $\theta=\pi$ ;  $\theta=3\pi/2$
- Determinar el campo de velocidades en  $R$ .
- Mostrar que las líneas de corriente son círculos en  $R$
- Hallar las ecuaciones diferenciales de las trayectorias de las partículas de fluido en  $R$ .



8. El escurrimiento de un fluido entre dos cilindros concéntricos de radios  $R_1$  y  $R_2$ , que giran alrededor de su eje común con velocidades angulares  $\Omega_1, \Omega_2$ , puede ser descrito por el campo de velocidades

$$\bar{v} = \left( Ar + \frac{B}{r} \right) \cdot \bar{e}_\theta$$

- Determinar las constantes A y B aplicando  $v_{\text{pared}} = v_{\text{fluido}}$ .
- Determinar la aceleración de una partícula de fluido
- ¿qué ocurre cuando  $\Omega_1 = \Omega_2$ ?

9. El movimiento de un fluido es descrito por la trayectoria de sus partículas según el formalismo Lagrangeano.

$$f_1 = \xi_1$$

$$f_2 = \frac{1}{2} \times (\xi_1 + \xi_2) \times e^{at} + \frac{1}{2} \times (\xi_1 - \xi_2) \times e^{-at}$$

$$f_3 = \frac{1}{2} \times (\xi_1 + \xi_2) \times e^{at} - \frac{1}{2} \times (\xi_1 - \xi_2) \times e^{-at}$$

- a)Mostrar que el determinante del Jacobiano es distinto de cero.  
 b)Determinar las componentes de la velocidad y la aceleración:  
     b1.En coordenadas materiales (Lagrange)  
     b2.En coordenadas espaciales (Euler)
10. Una manguera descarga agua a una velocidad de 20 m/s. Si la manguera es sostenida cerca del piso ( $h=0$ ) a una dirección de  $45^\circ$  respecto de la horizontal:
- a) Calcular la altura máxima que alcanza el agua.  
 b) Calcular la distancia que recorre antes de alcanzar el piso ( $h=0$ )
11. La boquilla de una manguera se encuentra en  $\bar{y} = h \cdot \bar{e}_y$  con un ángulo  $\alpha = \alpha(t)$  respecto de la horizontal. El agua deja la boquilla con una velocidad constante  $U$ . Despreciando las fuerzas del aire sobre el chorro de agua, determinar:
- a) Las componentes  $u_i(t)$  de una partícula que se encontraba en la boquilla en  $t=0$ .  
 b) La trayectoria ( $f_1(0) = \xi_1$  ;  $f_2(0) = \xi_2$  ) para esa partícula y para una partícula genérica.  
 c) Las líneas de emisión para las partículas que pasaron por la boquilla entre  $t=0$  y  $t=t_1$ .  
 d) ¿Qué mostraría una fotografía del chorro en  $t=t_1$ ?
12. Dado el siguiente campo de velocidades:

$$u = \frac{I}{t_0 + t} \cdot x$$

$$v = v_0$$

- a) Encontrar la ecuación de la línea de corriente que pasa por el punto  $(x_0, y_0)$  para el tiempo  $t_1$ .  
 b) Hallar la ecuación de la trayectoria para una partícula fluida genérica  
 c) Determinar la velocidad de la partícula en su trayectoria.  
 d) Determinar líneas de emisión entre  $t=0$  y  $t_1$  de las partículas que pasaron por  $f_1=1$ ;  $f_2=1$

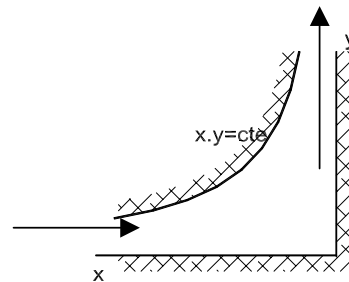
13. Conociendo las componentes escalares de la velocidad del escurrimiento bidimensional de la figura:

$$u = -A \cdot x$$

$$v = A \cdot y$$

$$w = 0$$

$$A = cte.$$



- a) Clasificar el escurrimiento  
 b) Determinar la ecuación de las líneas de corriente  
 c) Determinar y clasificar la aceleración del escurrimiento (en función de los términos convectivos, términos no estacionarios)

- d) Para el punto  $x=4$ ,  $y=2$  determinar la ecuación de una partícula en dirección normal a las líneas de corriente y dirigida hacia el centro de curvatura. El radio

de curvatura de una curva es: 
$$R = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

14. Para la siguiente función de corriente  $\psi = 2xy$ , ¿Cuál será la velocidad  $x=2$ ,  $y=4$ ?

¿Cuál será el potencial de velocidad si el escurrimiento es irrotacional?

15. Para el siguiente campo de velocidades:

$$\vec{V} = 8x\vec{i} + 8y\vec{j} - 7t\vec{k}$$

- Clasificar el escurrimiento.
- Determinar la ecuación de las líneas de corriente y dibujar en forma aproximada para  $t=0$ .
- Determinar y clasificar la aceleración del escurrimiento.