

# Facultad de ingeniería UBA

66.06 Análisis de Circuitos

Síntesis de un filtro

Figuroa Gonzalo      84255

1.<sup>er</sup> cuatrimestre 2006

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Desarrollo del trabajo práctico</b>	<b>3</b>
2.1. Análisis de la señal de entrada . . . . .	3
2.2. Propuesta del filtro para la resolución del proyecto . . . . .	6
<b>3. Implementación de los filtros</b>	<b>13</b>
3.1. Cálculo de los valores para el filtro X . . . . .	14
3.2. Cálculo de los valores para el filtro Y . . . . .	15
3.3. Valores normalizados . . . . .	16
<b>4. Respuesta en frecuencia</b>	<b>19</b>
4.1. Gráficos de Bode . . . . .	19
4.2. Simulación de la respuesta en frecuencia de la transferencia . . . . .	27
<b>5. Respuesta a excitaciones</b>	<b>30</b>
5.1. Respuesta al impulso . . . . .	30
5.2. Respuesta al escalón . . . . .	31
5.3. Respuesta a una onda senoidal . . . . .	33
5.4. Respuesta a una onda cuadrada . . . . .	35
<b>6. Conclusión</b>	<b>38</b>

## 1. Introducción

---

El objetivo del trabajo práctico consiste en obtener a partir de una determinada señal de entrada ( $V_{in}(t)$ ) dos senoides ( $V_{outX}(t)$  y  $V_{outY}(t)$ ) de dos Volts pico a pico con contenidos armónicos menores que  $10mV$  RMS. Vale decir que entre dichas señales de salida se debe establecer una relación de frecuencias de la forma 2:3 ya que debe darse que  $f_x = \frac{2}{3}f_y$ . Además, el ángulo de defasaje entre ellas debe ser nulo. La obtención de  $V_{outX}(t)$   $V_{outY}(t)$  se realizará mediante un filtro (circuito lineal).

Otra de las finalidades del proyecto esta relacionada con la manera de implementar el circuito planteado anteriormente y con esto, plasmar los conocimientos incorporados durante la cursada de la materia Análisis de circuitos.

Para la resolución del trabajo se utilizarán sentencias propias del programa matemático Mathcad el cual es una herramienta muy útil a la hora de tratar con problemas de esta índole. También se trabajará con el programa Orcad que proporcionará datos requeridos sobre el circuito implementado.

## 2. Desarrollo del trabajo práctico

---

En principio, se plantea aplicarle a  $Vin(t)$  la Transformada Rápida de Fourier ( $FFT$ ) de manera de obtener el segundo y tercer armónico, los cuales permitirán la construcción de los dos senoides.

Posteriormente se analizará el uso de determinados filtros para poder efectivamente resolver el problema que plantea el proyecto.

### 2.1. Análisis de la señal de entrada

---

Señal de entrada:

$$Vin_i = \left(1 - \frac{2i}{S}\right) \left(i < \frac{S}{2}\right)$$

Donde:

- $S = 1024$  Número de muestras.
- $i = 0..S - 1$  Índice de muestras.

Se define  $p = 4000$  como el puntero de presentaciones que se utiliza para realizar el gráfico de  $Vin_i$

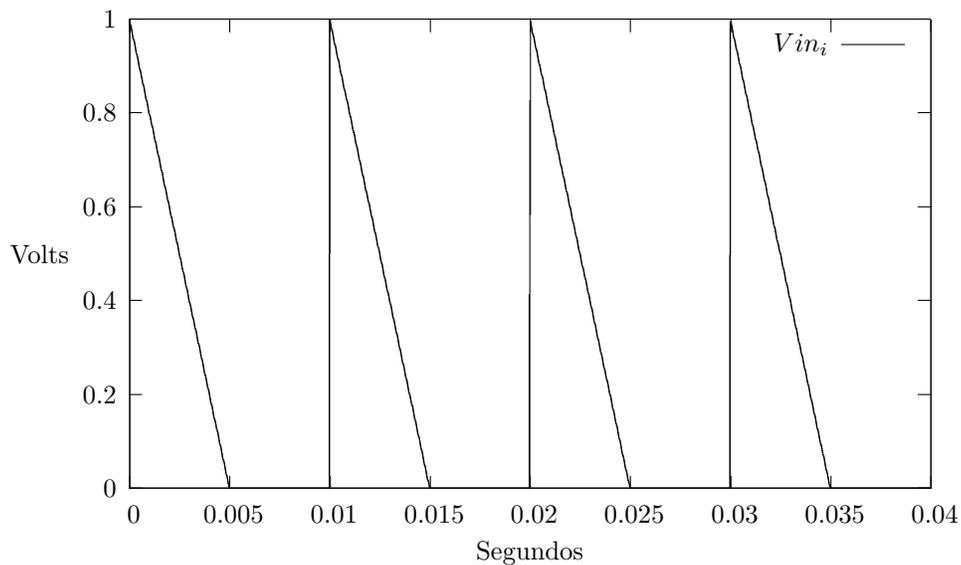


Figura 1: Señal de entrada

$V = \text{submatrix}(Vin, 0, S - 1, 0, 0)$   $V$  es un vector que contiene todos los valores de la señal de entrada.

$VFFT = FFT(V)$   $VFFT$  es un vector que contiene todos los valores  $V$  habiéndole aplicado la transformada rápida de Fourier.

$$k = 0.. \frac{S}{2}$$

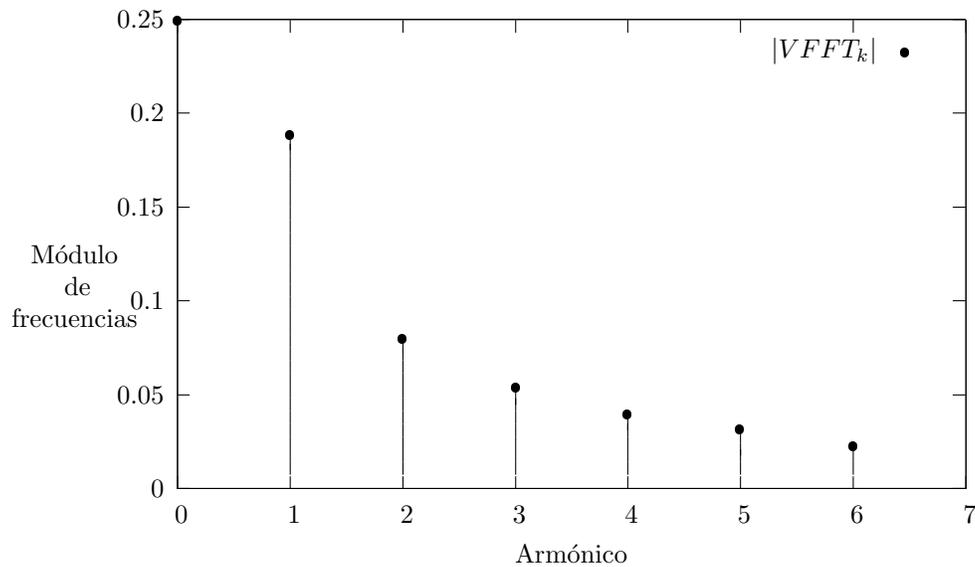
$$VFFT^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0,25 & 0,102 - 0,159i & 4,883 \times 10^{-4} - 0,080i & 0,012 - 0,053i \\ \hline \end{array}$$


Figura 2: *Modulo de los valores del vector VFFT que contiene los armónicos.*

Una manera sencilla de poder representar los armónicos que se pretenden es anular cada uno de los valores del vector  $VFFT$  que contiene los coeficientes de Fourier y mantener solo aquellos que acompañan a los armónicos a filtrar. Luego, resta aplicarle a este nuevo vector la  $IFFT$  ( inversa de la  $FFT$ ) y graficar la senoide que se busca.

- $aux1 = VFFT_2$  .
- $aux2 = VFFT_3$  .
- $VFFT_k = 0$ .

**Segundo armónico:**

$$VFFT_2 = aux1$$

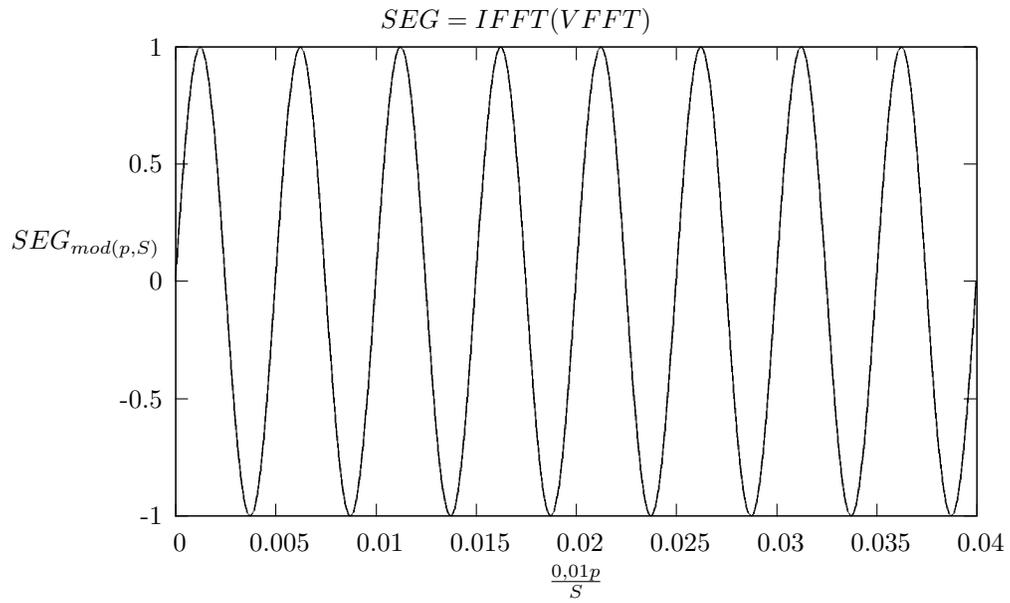


Figura 3: *Rescate del segundo armónico.*

**Tercer armónico:**

$$VFFT_k = 0$$

$$VFFT_3 = aux2$$

$$TER = IFFT(VFFT)$$

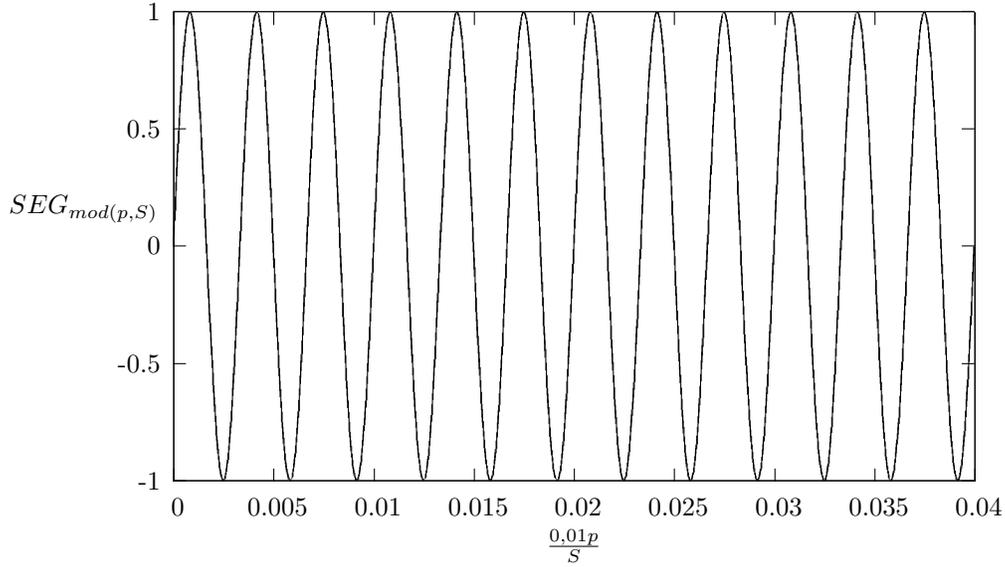


Figura 4: *Rescate del tercer armónico*

Definición de elementos que se utilizaran posteriormente:

- $VFFT = FFT(V)$ .
- $k = 0..last(VFFT)$ .
- Definición de decibel:

$$db(x) = \begin{cases} (20 \log(|x|)) & \text{para } (|x| > 10^{-8}), \\ -160 & \forall \text{ otro } x. \end{cases}$$

## 2.2. Propuesta del filtro para la resolución del proyecto

Con el objetivo de rescatar el segundo y tercer armónico, cada uno correspondiente a la salida  $X$  ( $VoutX$ ) y a la salida  $Y$  ( $VoutY$ ) respectivamente, se plantean dos filtros pasa banda los cuales constan de dos etapas. Cabe destacar la consideración de un regulador de fase ya que los armónicos una vez filtrados podrían estar desfasados.

Expresión analítica de la transferencia de un pasa banda:

$$T(s) = Ho \frac{\frac{wo}{Q}s}{s^2 + \frac{wo}{Q}s + wo^2}$$

$$T(s) = Ho \frac{\frac{wo}{Q}(iw)}{wo^2 + \frac{wo}{Q}(iw) - w^2}$$

La transferencia de cada uno de los filtros será representada mas adelante en función de cada subarmónica  $k$ .

**Planteo del filtro X:**

Definición de los elementos de la transferencia:

- $Wox = 400\pi$  Frecuencia angular central (Equivale a  $k = 2$  en este caso).
- $etapas = 2$ .
- $Ho = \sqrt{\frac{1}{0,161}}$  Dicho valor se plantea de manera de obtener 2 volts pico a pico ya que el máximo del segundo armónico es 0,161. Este valor se obtuvo aplicando  $Max(X)$ .

Determinación del factor de selectividad:

Fdb2 se define como la función que devuelve la amplitud relativa en dB entre el armónico k y el segundo armónico.

$$Fdb2_k = db \left( \frac{VFFT_k}{VFFT_2} \right)$$

$$Fdb2^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 0 & 9,96 & 7,51 & 0,00 & 3,31 & -6,02 & -7,87 & -9,54 & -10,83 \\ \hline \end{array}$$

- $Atenuacion = db(10^{-2})$

$$Atenuacion - Fdb2_1 = -47,51$$

- $kd = 2$  Armónico deseado.
- $kr = 1$  Armónico a atenuar.

Formula para obtener  $Q$ :

$$\left( \left| \frac{\frac{ikdkr}{Q_{teo}}}{kd^2 + \frac{ikdkr}{Q_{teo}} - kr^2} \right| \right) = 10^{\frac{-47,51}{20}}, Q_{teo} \rightarrow \begin{pmatrix} -10,246877063779 \\ 10,246877063779 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto  $Qx = 11$ .

Transferencia del defasador:

$$Fase_k = \frac{ikCR200\pi - 1}{ikCR200\pi + 1}$$

Fase hace referencia al defasador para el ajuste necesario, ya que el defasaje entre las dos senoides debe ser nulo.  $CR = 0,00152$  Constante de tiempo  $\tau$  del defasador.

$$FiltroX_k = \left( Ho \frac{\frac{i2k}{Qx}}{2^2 + \frac{i2k}{Q}(iw) - k^2} \right)^{etapas} Fase_k$$

- $VoutX_k = VFFT_k FiltroX_k$  Representa la entrada habiendo pasado por el filtro X, en otras palabras la salida X.
- $X = IFFT(VoutX)$  Representa la inversa de la FFT de VoutX, se plantea con el objetivo de comprobar si efectivamente se rescató la subarmónica de 200Hz con una amplitud final de 2V pico a pico.

Una de las condiciones de los filtro planteados radica en que las salidas que se establezcan no contengan un ruido mayor a los 10 mV RMS. A continuación se comprobará que dicho filtro cumple con esta condición:

- $Ruido_k = VoutX_k(k \neq 2)$ .
- $RuidoX = IFFT(Ruido)$ .

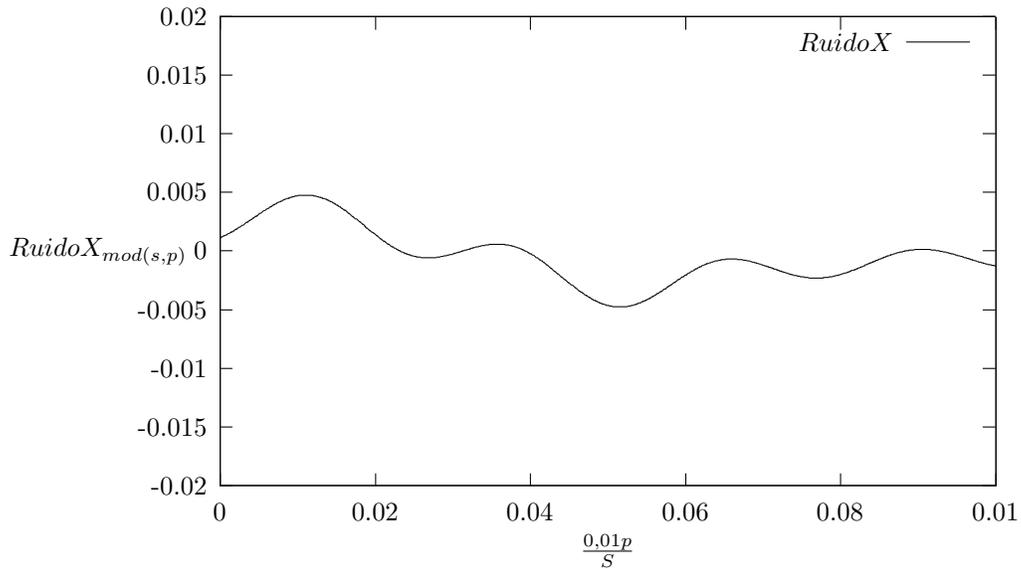


Figura 5: *Ruido - Salida X.*

$$\sqrt{\frac{1}{S} \sum_i (RuidoX)^2} = 8,39210^{-3}$$

El ruido no supera el valor máximo establecido.

**Transferencia del Filtro X:**

$$Tx(s) = \left( Hox \frac{\frac{Wox}{Qx} x}{s^2 + \frac{Wox}{Qx} s + Wox^2} \right)^{etapas} \frac{sCR - 1}{sCR + 1}$$

$$Tx(s) = 3,93 \times 10^6 \frac{(19s - 1,25 \times 10^5)}{(11s^2 + 1,26 \times 10^3 s + 1,74 \times 10^7)^2 (19s + 1,25 \times 10^5)}$$

Cálculo de los ceros del filtro X:

$$CerosX = Tx(s) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6578,9473682105 \end{pmatrix}$$

Cálculo de los polos del filtro X:

$$PolosX = \frac{1}{Tx(s)} \rightarrow \begin{pmatrix} -57,1199 - 1255,34i \\ -57,1199 + 1255,34i \\ -57,1199 - 1255,34i \\ -57,1199 + 1255,34i \\ -6578,95 \end{pmatrix}$$

Cálculo de Q y W para cada cero y polo:

- $Wcx1 = CerosX_2$ .
- $Qpx1 = \left| \frac{\sqrt{PolosX_0 PolosX_1}}{PolosX_0 + PolosX_1} \right|$ .
- $Wpx1 = \sqrt{PolosX_0 PolosX_1}$ .
- $Wpx2 = PolosX_4$ .

#### Planteo del filtro Y:

Definición de los elementos de la transferencia:

- $Woy = 600\pi$  Frecuencia angular central (Equivale a  $k = 3$  en este caso).
- $etapas = 2$ .
- $Ho = \sqrt{\frac{1}{0,11}}$  Dicho valor se plantea de manera de obtener 2 volts pico a pico ya que el máximo del segundo armónico es 0,11. Se obtuvo aplicando  $Max(Y)$ .

Determinación del factor de selectividad:

Fdb3 se define como la función que devuelve la amplitud relativa en dB entre el armónico k y el segundo armónico.

$$Fdb3_k = db \left( \frac{VFFT_k}{VFFT_3} \right)$$

$$Fdb3^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 0 & 13,27 & 10,82 & 3,31 & 0,00 & -6,02 & -4,56 & -6,23 & -7,51 \\ \hline \end{array}$$

- $Atenuacion = db(10^{-2})$

$$Atenuacion - Fdb3_4 = -37,294$$

- $kd = 3$  Armónico deseado.
- $kr = 1$  Armónico a atenuar.

Formula para obtener  $Q$ :

$$\left( \left| \frac{\frac{ikdkr}{Q_{te0}}}{kd^2 + \frac{ikdkr}{Q_{te0}} - kr^2} \right| \right) = 10^{\frac{-37,294}{20}}, Q_{te0} \rightarrow \begin{pmatrix} -14,5695981 \\ 14,5695981 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto  $Qy = 15$ .

$$FiltroY_k = \left( Ho \frac{\frac{i3k}{Q_x}}{3^2 + \frac{i3k}{Q}(iw) - k^2} \right)^{etapas}$$

- $VoutY_k = VFFT_k FiltroY_k$  Representa la entrada habiendo pasado por el filtro Y, en otras palabras la salida Y.
- $Y = IFFT(VoutY)$  Representa la inversa de la FFT de VoutY, se plantea con el objetivo de comprobar si efectivamente se rescató la subarmónica de 300Hz con una amplitud final de 2V pico a pico.

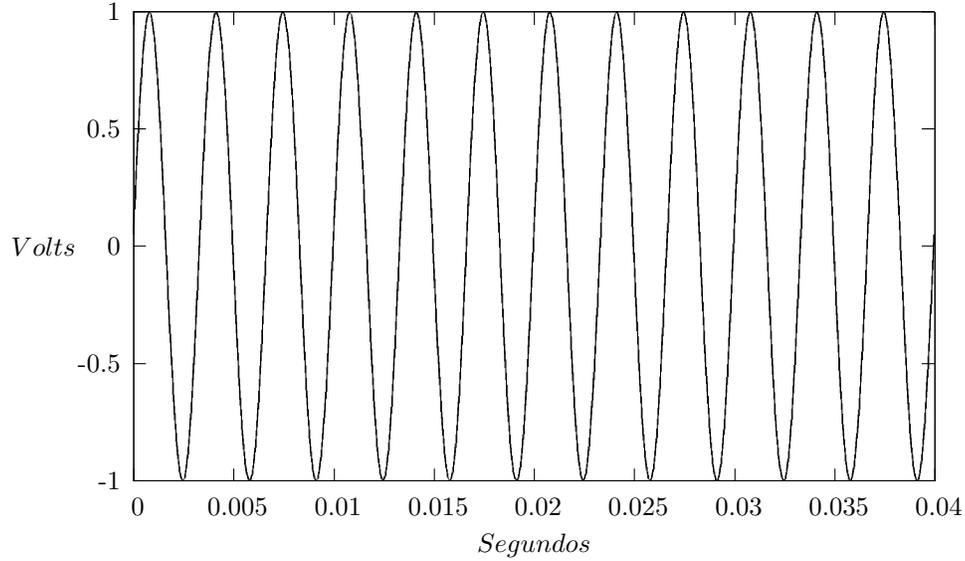


Figura 6: *Salida Y.*

Una de las condiciones de los filtro planteados radica en que las salidas que se establezcan no contengan un ruido mayor a los 10 mV RMS. A continuación se comprobará que dicho filtro cumple con esta condición:

- $Ruido_k = VoutY_k (k \neq 3)$ .
- $RuidoY = IFFT(Ruido)$ .

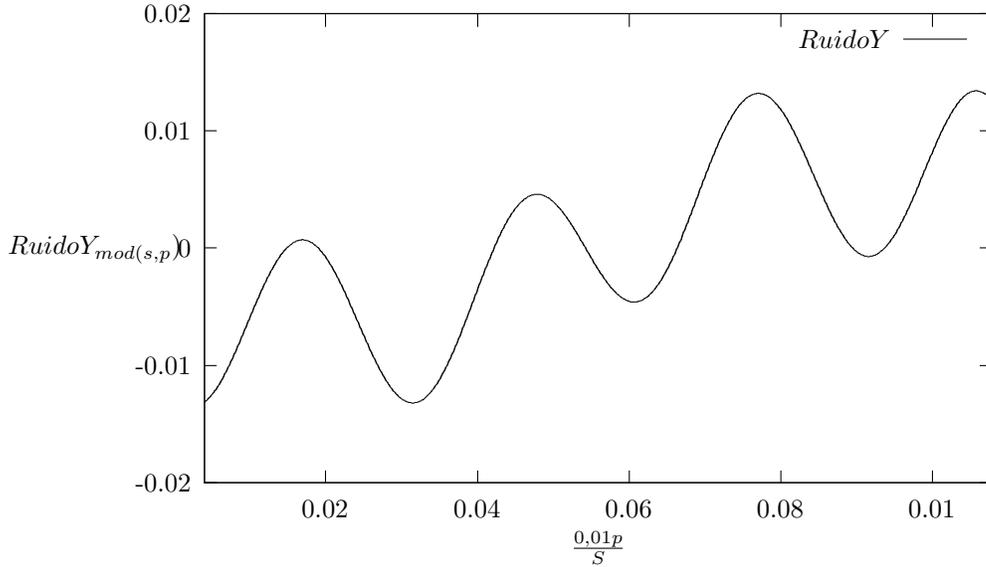


Figura 7: *Ruido - Salida Y.*

$$\sqrt{\frac{1}{S} \sum_i (RuidoY)^2} = 9,5610^{-3}$$

El ruido no supera el valor máximo establecido.

**Transferencia del Filtro Y:**

$$Ty(s) = \left( Hoy \frac{\frac{Woy}{Qy} x}{s^2 + \frac{Woy}{Qy} s + Woy^2} \right)^{etapas}$$

$$Ty(s) = 4,75 \times 10^4 \frac{s^2}{(s^2 + 126s + 3,55 \times 10^6)^2}$$

Cálculo de los ceros del filtro Y:

$$CerosY = Ty(s) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cálculo de los polos del filtro Y:

$$PolosY = \frac{1}{Ty(s)} \rightarrow \begin{pmatrix} -62,8319 - 1883,91i \\ -62,8319 + 1883,91i \\ -62,8319 - 1883,91i \\ -62,8319 + 1883,91i \end{pmatrix}$$

Cálculo de Q y W para cada cero y polo:

- $Q_{py1} = \left| \frac{\sqrt{PolosY_0 PolosY_1}}{PolosY_0 + PolosY_1} \right|$ .
- $W_{py1} = \sqrt{PolosY_0 PolosY_1}$ .

Habiendo comprobado que las senoides cumplen las condiciones preestablecidas se establece una señal en función de la otra para poder lograr la salida en el osciloscopio pretendida.

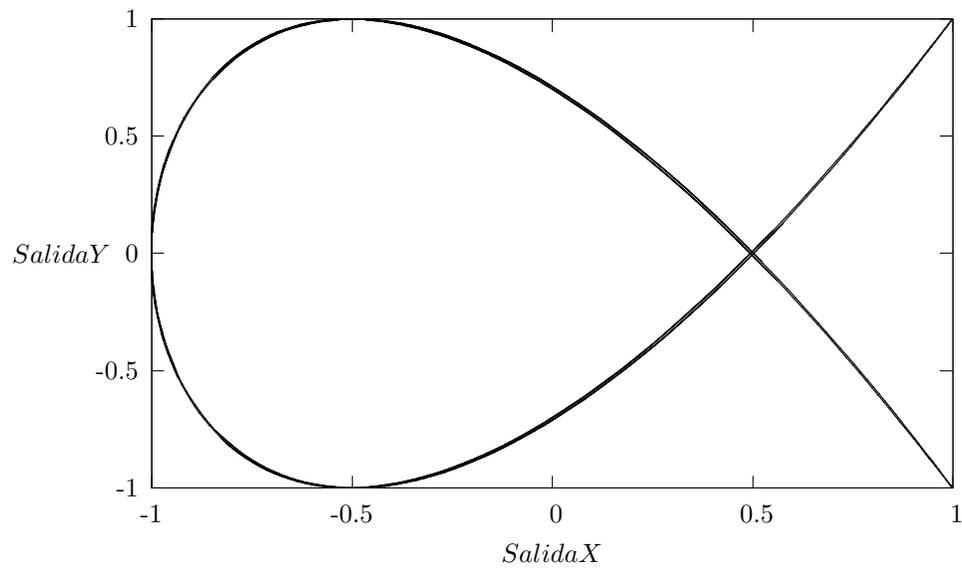


Figura 8: *Salida Y en función de la salida X.*

### 3. Implementación de los filtros

Esta sección del trabajo estará dedicada a la construcción de los filtros. Para ello se utilizarán dos infinite gain multifeedback band pass para cada salida, X e Y, debido a que cada filtro consta de dos etapas.

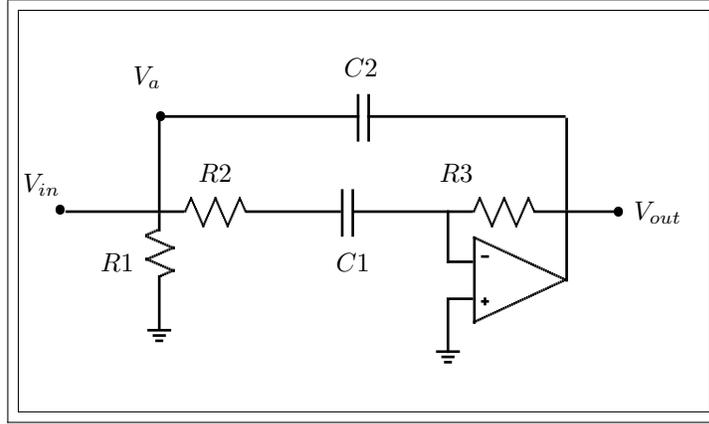


Figura 9: *Infinite gain multifeedback band pass.*

Para la deducción de la transferencia de este filtro se plantean las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_{in}}{R1} = \frac{V_a}{R1} + \frac{V_a}{R2} + sC1V_a + sC2V_a - sC2V_{out}$$

$$\frac{V_{out}}{R3} + sC1V_a = 0$$

Como  $T(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$  se obtiene:

$$T(s) = \frac{-sC1R3R2}{s^2R1R2R3C1C2 + sR1R2(C1 + C2) + R1 + R2}$$

$$T(s) = \frac{\frac{-s}{R1C2}}{s^2 + s\frac{C1+C2}{R3C1C2} + \frac{R1+R2}{R1R2R3C1C2}}$$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$W_o = \sqrt{\frac{R1 + R2}{R1R2R3C1C2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R1+R2}{R1R2R3C1C2}} R3C1C2}{C1 + C2}$$

$$Ho = \frac{-C1R3}{R1(C1 + C2)}$$

### 3.1. Cálculo de los valores para el filtro X

---

Para dicho cálculo se tomarán los valores de los capacitores fijos para que solo queden tres incógnitas (la resistencia de los resistores):

- $C1x = 4,7 \times 10^{-9}$ .
- $C2x = 10 \times 10^{-9}$ .
- $Q = Qx$ .
- $Wo = Wox$ .
- $Ho = Hox$ .

$Wox, Qx$  y  $Hox$  fueron calculados anteriormente.

$$Wo = \sqrt{\frac{R1x + R2x}{R1xR2xR3xC1xC2x}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R1x+R2x}{R1xR2xR3xC1xC2x}} R3xC1xC2x}{C1x + C2x}$$

$$Ho = \frac{-C1xR3x}{R1x(C1x + C2x)}$$

De este sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{pmatrix} R1x \\ R2x \\ R3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,51 \times 10^5 \\ 4,99 \times 10^3 \\ 2,74 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Normalizando valores:

$$\begin{pmatrix} R1x \\ R2x \\ R3x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,52 \times 10^5 \\ 4,99 \times 10^3 \\ 2,74 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Para calcular el circuito defasador se procede de la siguiente manera:

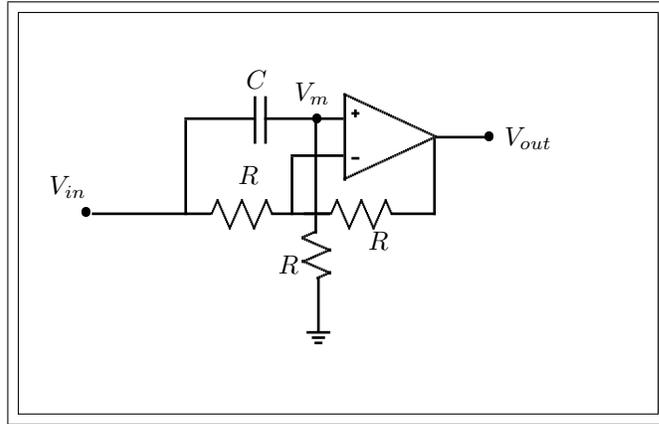


Figura 10: *Circuito girador.*

Ecuaciones del circuito:

$$sCVin = Vm \left( sC + \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{Vin}{R} + \frac{Vout}{R} = Vm \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)$$

De aquí se obtiene:

$$T(s) = \frac{sCR - 1}{sCR + 1}$$

Se Eligen ya normalizados  $C = 1 \times 10^{-9}$   $R = 152000$  ya que  $RC = 0,000152$

### 3.2. Cálculo de los valores para el filtro Y

Para dicho cálculo se tomarán los valores de los capacitores fijos para que solo queden tres incógnitas (la resistencia de los resistores):

- $C1x = 4,7 \times 10^{-9}$ .
- $C2x = 6,8 \times 10^{-9}$ .
- $Q = Qy$ .
- $Wo = Woy$ .
- $Ho = Hoy$ .

Woy, Qy y Hoy fueron calculados anteriormente.

$$W_o = \sqrt{\frac{R1y + R2y}{R1yR2yR3yC1yC2y}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R1y + R2y}{R1yR2yR3yC1yC2y}}}{C1y + C2y} R3yC1yC2y$$

$$H_o = \frac{-C1yR3y}{R1y(C1y + C2y)}$$

De este sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{pmatrix} R1y \\ R2y \\ R3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,88 \times 10^5 \\ 3,1 \times 10^3 \\ 2,86 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Normalizando valores:

$$\begin{pmatrix} R1y \\ R2y \\ R3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,88 \times 10^5 \\ 3,09 \times 10^3 \\ 2,87 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

### 3.3. Valores normalizados

---

Filtro X

Normalizados	Teoricos
$W_{oxn} = \sqrt{\frac{R1x + R2x}{R1xR2xR3xC1xC2x}} = 1,26 \times 10^3$	$1,257 \times 10^3$
$Q_{xn} = \sqrt{\frac{R1x + R2x}{R1xR2xR3xC1xC2x}} \frac{R3xC1xC2x}{C1x + C2x} = 11,0$	11
$H_{oxn} = \frac{-C1xR3x}{R1x(C1x + C2x)} = 2,489$	2,492

*La función de esta tabla es plasmar la infima diferencia entre los filtros teóricos y normalizados. Esta pequeña diferencia es importante ya que de los valores normalizados depende el buen funcionamiento de los filtros.*

$$T_{Xn}(s) = \left( H_{oxn} \frac{\frac{W_{oxn} x}{Q_{xn}}}{s^2 + \frac{W_{oxn}}{Q_{xn}} s + W_{oxn}^2} \right)^{etapas} \frac{sCR - 1}{sCR + 1}$$

$$T_x(s) = 9,84 \times 10^6 \frac{(19s - 1,25 \times 10^5)}{(11s^2 + 1,26 \times 10^3 s + 1,75 \times 10^7)^2 (19s + 1,25 \times 10^5)}$$

Cálculo de los ceros del filtro X normalizado:

$$CerosX = T_x(s) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6578,95 \end{pmatrix}$$

Cálculo de los polos del filtro X normalizado:

$$PolosX = \frac{1}{T_{Xn}(s)} \rightarrow \begin{pmatrix} -57,2727 - 1258,7i \\ -57,2727 + 1258,7i \\ -57,2727 - 1258,7i \\ -57,2727 + 1258,7i \\ -6578,95 \end{pmatrix}$$

Cálculo de Q y W para cada cero y polo:

- $W_{cxn1} = CerosX_{n_2}$ .
- $Q_{pxn1} = \left| \frac{\sqrt{PolosX_{n_0} PolosX_{n_1}}}{PolosX_{n_0} + PolosX_{n_1}} \right|$ .
- $W_{pxn1} = \sqrt{PolosX_{n_0} PolosX_{n_1}}$ .
- $W_{pxn2} = PolosX_{n_4}$ .

$$FiltroX_{n_k} = \left( H_{oxn} \frac{\frac{i2k}{Q_{xn}}}{2^2 + \frac{i2k}{Q_{xn}}(iw) - k^2} \right)^{etapas} Fase_k$$

- $VoutX_{n_k} = VFFT_k FiltroX_{n_k}$ .
- $X_n = IFFT(VoutX)$  Representa la inversa de la FFT de  $VoutX_n$ . Se plantea con el objetivo de rescatar la subarmónica de 200Hz con los valores normalizados.

Filtro Y

Normalizados	Teóricos
$W_{oyn} = \sqrt{\frac{R1y+R2y}{R1yR2yR3yC1yC2y}} = 1,89 \times 10^3$	$1,885 \times 10^3$
$Q_{yn} = \sqrt{\frac{R1y+R2y}{R1yR2yR3yC1yC2y} \frac{R3yC1yC2y}{C1y+C2y}} = 15,0$	15
$H_{oyn} = \frac{-C1yR3y}{R1y(C1y+C2y)} = 3,023$	3,023

$$T_{Yn}(s) = \left( H_{oyn} \frac{\frac{W_{oyn} x}{Q_{yn}}}{s^2 + \frac{W_{oyn}}{Q_{yn}} s + W_{oyn}^2} \right)^{etapas}$$

$$T_y(s) = 1,45 \times 10^5 \frac{s^2}{(s^2 + 126s + 3,55 \times 10^6)^2}$$

Cálculo de los ceros del filtro Y:

$$CerosY = T_{Yn}(s) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cálculo de los polos del filtro Y:

$$PolosY = \frac{1}{T_{Yn}(s)} \rightarrow \begin{pmatrix} -63 - 1888,95i \\ -63 + 1888,95i \\ -63 - 1888,95i \\ -63 + 1888,95i \end{pmatrix}$$

Cálculo de Q y W para cada cero y polo:

- $Q_{pyn1} = \left| \frac{\sqrt{PolosY_{n0} PolosY_{n1}}}{PolosY_{n0} + PolosY_{n1}} \right|$ .
- $W_{pyn1} = \sqrt{PolosY_{n0} PolosY_{n1}}$ .

$$FiltroY_{n_k} = \left( H_{oyn} \frac{\frac{i2k}{Q_{yn}}}{2^2 + \frac{i2k}{Q_{yn}}(iw) - k^2} \right)^{etapas}$$

- $VoutY_{n_k} = VFFT_k FiltroY_{n_k}$ .
- $Y_n = IFFT(VoutY)$  Representa la inversa de la FFT de  $VoutY_n$ . Se plantea con el objetivo de rescatar la subarmónica de 300Hz con los valores normalizados.

## 4. Respuesta en frecuencia

---

Antes de comenzar con el análisis y trazado de los gráficos correspondientes se realizarán algunas definiciones que permitirán la resolución de los problemas planteados en las especificaciones para la realización del trabajo práctico.

- Función para el gráfico asintótico del módulo de la transferencia:

$$ply(x, x_0) = \frac{x}{x_0} \quad \text{para } (x > x_0)$$

- Función que determina el ángulo. Se utilizará para determinar la respuesta en frecuencia de las transferencias:

$$ang(x) = \frac{180}{\pi} arg(x)$$

- Función que se utilizará para la construcción de los gráficos asintóticos de la fase de la transferencia:

$$F(x, x_0) = \begin{cases} 0 & \text{para } (x < \frac{x_0}{10}), \\ -45 \log\left(10 \frac{x}{x_0}\right) & \text{para } (\frac{x_0}{10} \leq x < 10x_0), \\ -90 & \forall \text{ otro } x. \end{cases}$$

### 4.1. Gráficos de Bode

---

Filtro X

Módulo

Para graficar se define:

- $i = 0,99$
- $w_1 = 10$
- $w_2 = 10000$
- $w_i = \frac{w_1}{10} \left(\frac{100w_2}{w_1}\right)^{\frac{i}{99}}$

Cálculo con valores normalizados:

$Tdbn(w) = db(T_X n(iw))$  Trazado real.

$$H = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} T_X n(s) = 3,224952576684 \times 10^{-8}$$

Construcción de la poligonal del trazado asintótico:

$$tdbn(w) = db(H) + 2db(w) - 4ply(w, Wpxn1)$$

De manera plasmar lo realizado en el Orcad en cuanto a la implementación del circuito se importan los datos que arroja la simulación en el PSpice:

Pspice	0	1
0	0	0.00
1	1	-117.67
2	1.02	-117.27
3	1.05	-116.86
4	1.07	-116.46

Figura 11: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con PSpice (Módulo Salida X)

Esta tabla tiene como objetivo mostrar algunos de los valores tomados de la simulación. Fue confeccionada para poder realizar los gráficos comparativos entre lo hecho en el ámbito teórico y práctico.

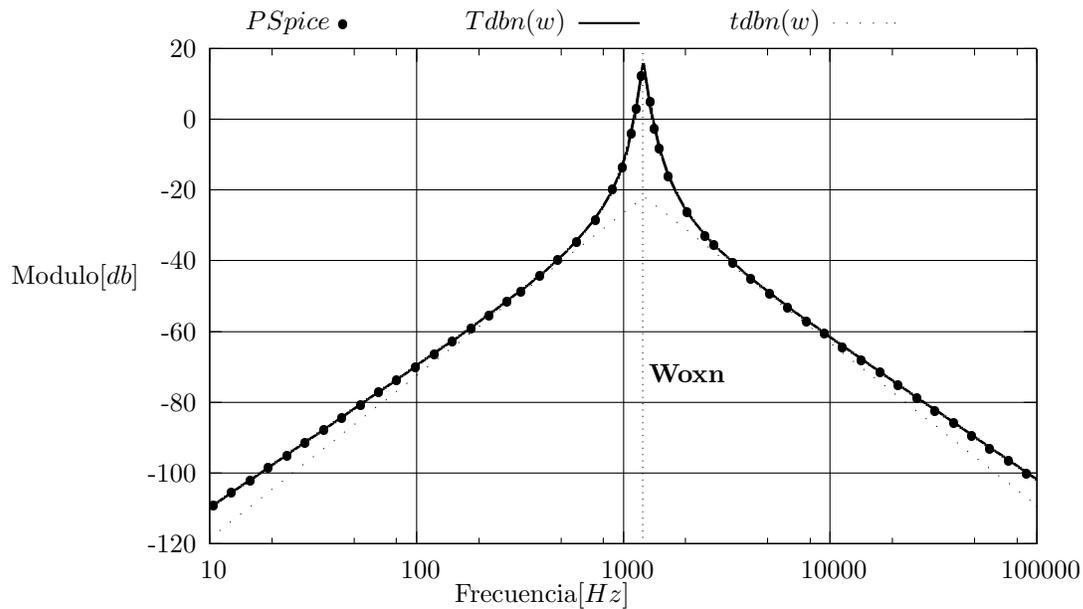


Figura 12: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Módulo normalizado).

Valores teóricos:  
 $Tdb(w) = db(Tx(iw))$  Trazado real.

$$H = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} T x(s) = -1,3043134226 \times 10^{-8}$$

Construcción de la poligonal del trazado asintótico:

$$tdb(w) = db(H) + 2db(w) - 4ply(w, Wpx1)$$

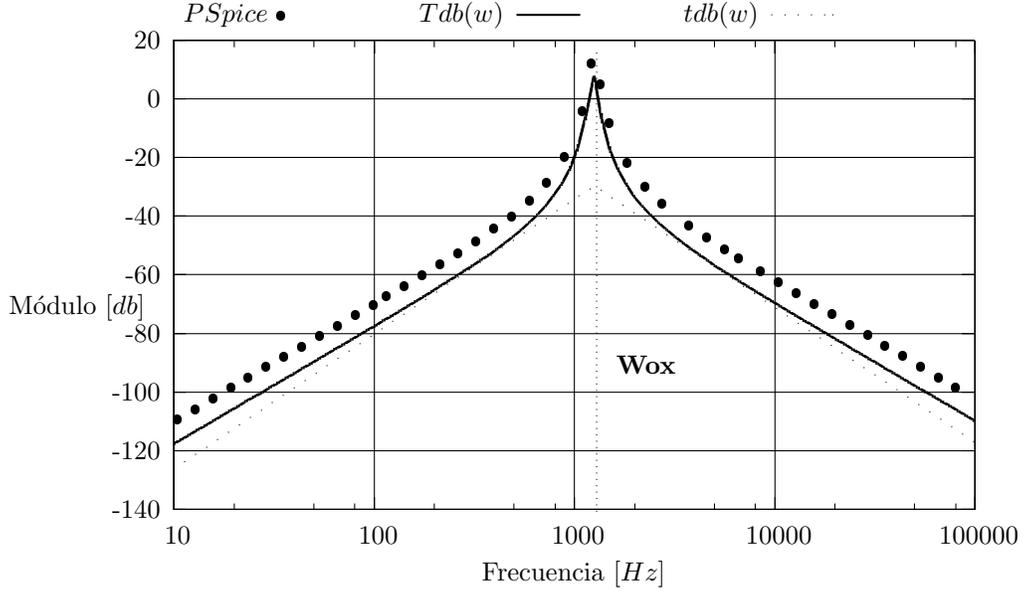


Figura 13: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Módulo teórico).

Fase

Valores Normalizados:

$$T1(s) = \left( H \omega_n \frac{\frac{W \omega_n}{Q \omega_n} x}{s^2 + \frac{W \omega_n}{Q \omega_n} s + W \omega_n^2} \right)^{etapas}$$

$$T2(s) = \frac{sCR - 1}{sCR + 1}$$

$\phi r(w) = -360 + ang(T1(iw)) + ang(T2(iw))$  Trazado real.

Construcción del trazado asintótico:

$$\phi a(w) = 4F(w, Wpxn1) + F(w, |Wpxn2|) + F(w, Wcxn1)$$

Pspice	0	1
0	0	0.00
1	1	-0.16
2	1.02	-0.17
3	1.05	-0.17
4	1.07	-0.17

Figura 14: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Fase de Salida X)

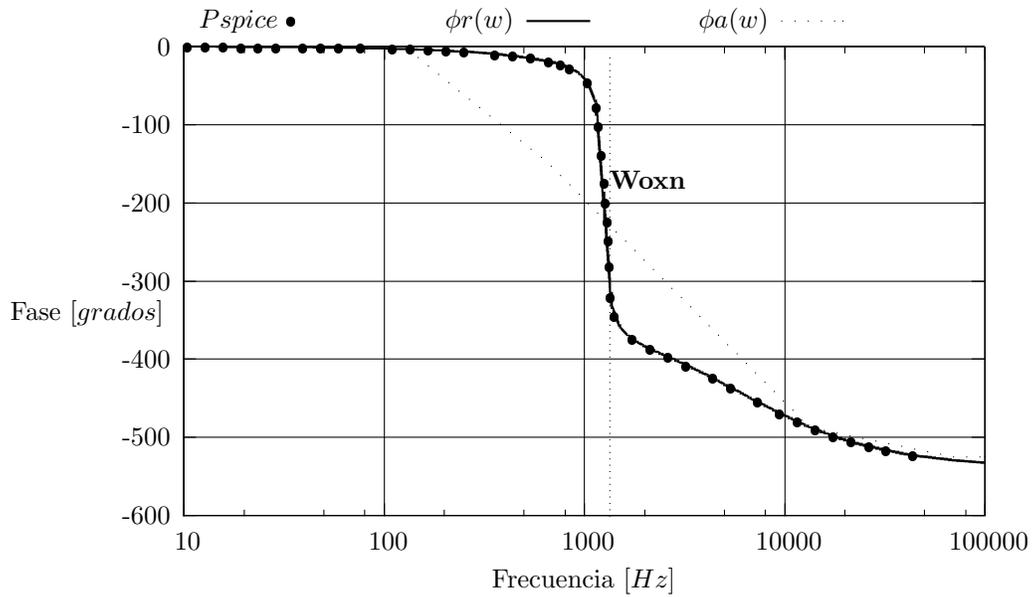


Figura 15: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Fase normalizada).

Valores Teóricos:

$$T1(s) = \left( Hox \frac{\frac{Wox}{Qx} x}{s^2 + \frac{Wox}{Qx} s + Wox^2} \right)^{etapas}$$

$$T2(s) = \frac{sCR - 1}{sCR + 1}$$

$\phi_r(w) = -360 + \text{ang}(T1(iw)) + \text{ang}(T2(iw))$  Trazado real.

Construcción del trazado asintótico:

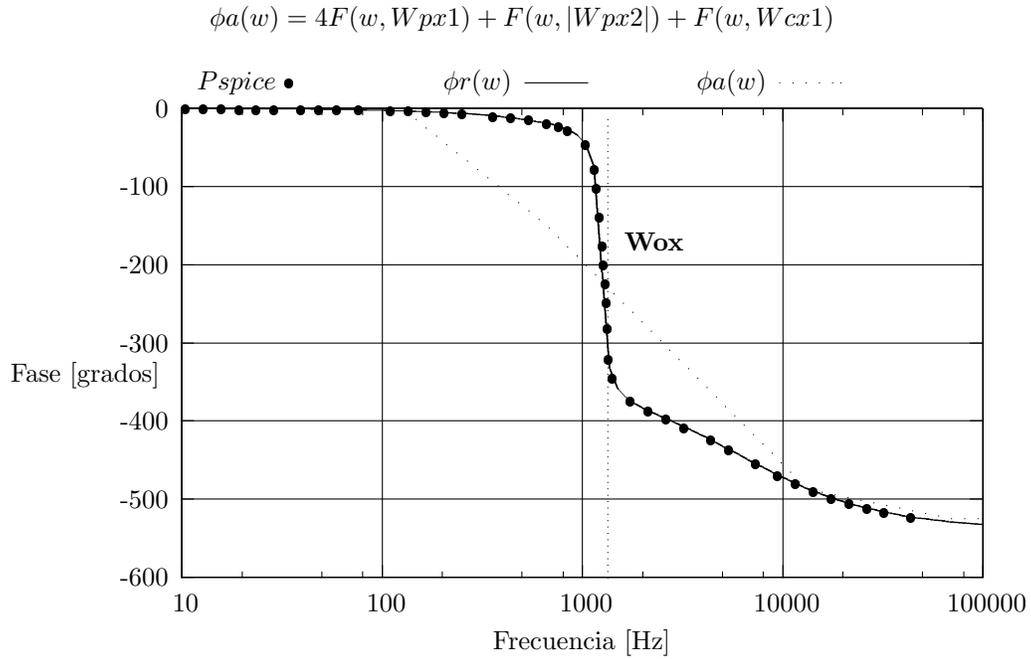


Figura 16: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Fase teórica).

Filtro Y

Módulo

Cálculo con valores normalizados:

$Tdbn(w) = db(T_{Yn}(iw))$  Trazado real.

$$H = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} T_{Yn}(s) = 1,137025403668554 \times 10^{-8}$$

Construcción de la poligonal del trazado asintótico:

$$tdbn(w) = db(H) + 2db(w) - 4ply(w, W_{pyn1})$$

Pspice	0	1
91	.94	-0.16
92	8.13	-90.55
7 93	8.32	-90.15
94	8.51	-89.75
95	8.71	-89.35

Figura 17: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Modulo Salida Y)

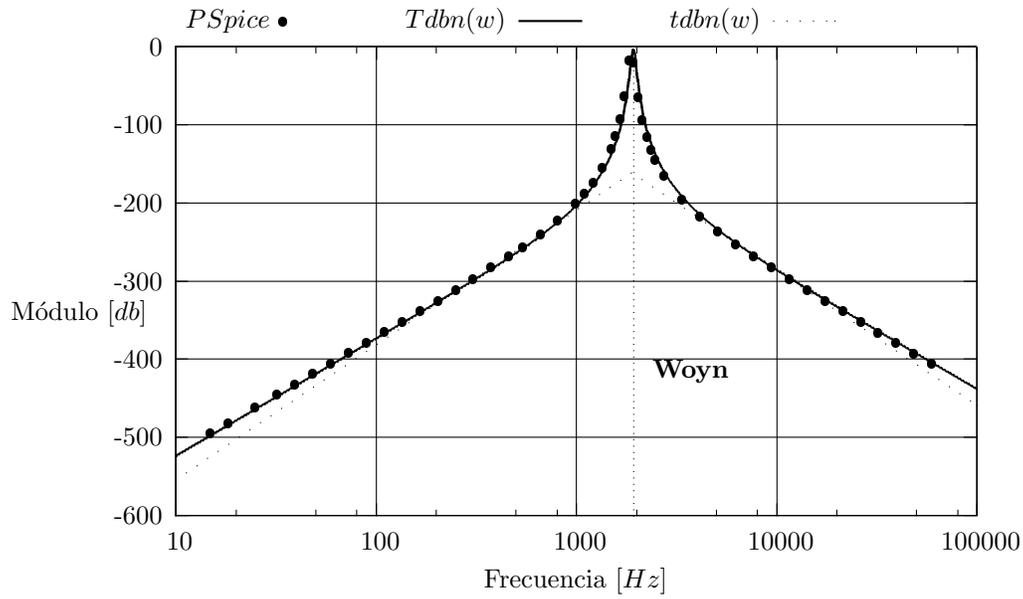


Figura 18: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Módulo normalizado).

Valores teóricos:

$Tdb(w) = db(Ty(iw))$  Trazado real.

$$H = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} Tx(s) = 3,77154152027310^{-8}$$

Construcción de la poligonal del trazado asintótico:

$$tdb(w) = db(H) + 2db(w) - 4ply(w, Wpy1)$$

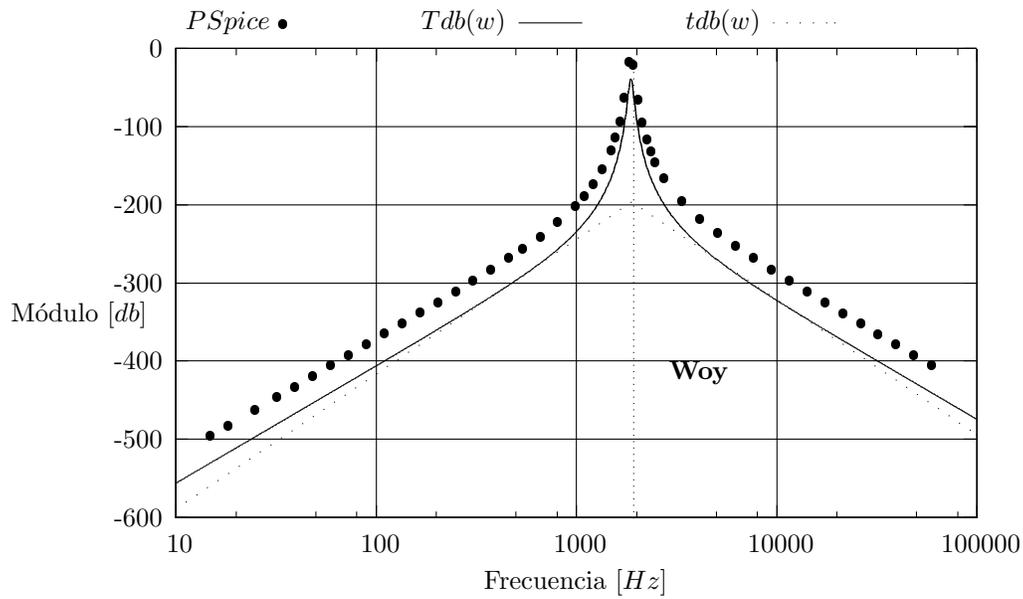


Figura 19: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Módulo teórico).

Fase

■  $w_2 = 100000$

Valores Normalizados:

$\phi r(w) = \text{ang}(T_Y n(iw))$  Trazado real.

Construcción del trazado asintótico:

$$\phi a(w) = 180 + 4F(w, W_{pyn1})$$

Ps Spice	0	1
184	67.61	178.19
185	69.18	178.14
7 186	70.79	178.09
187	72.44	178.04
188	74.13	177.99

Figura 20: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Fase de Salida Y)

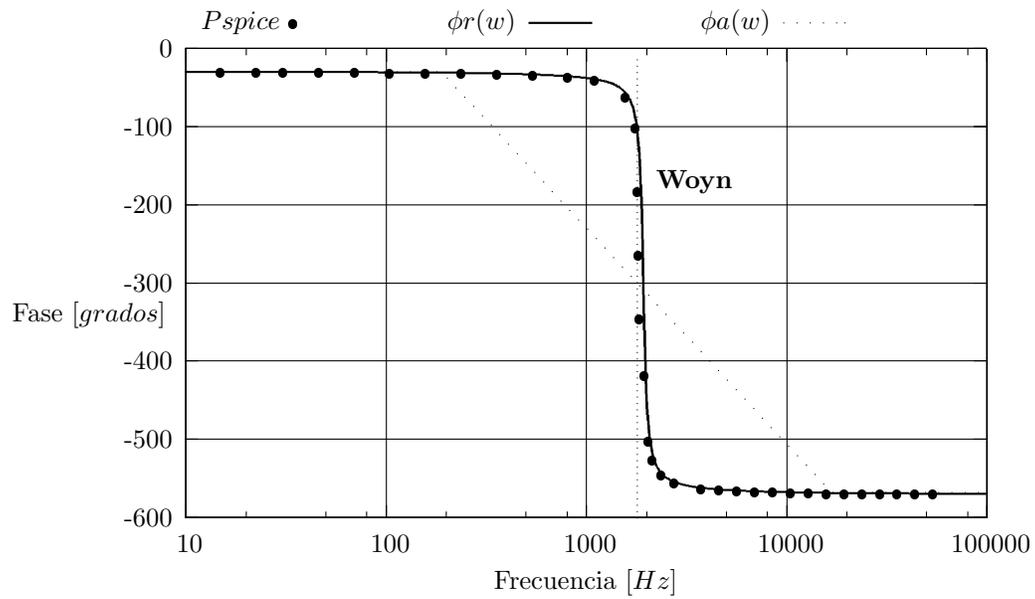


Figura 21: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Fase normalizada).

Valores Teóricos:

$\phi_r(w) = \text{ang}(Ty(iw))$  Trazado real.

Construcción del trazado asintótico:

$$\phi_a(w) = 180 + 4F(w, W_{py1})$$

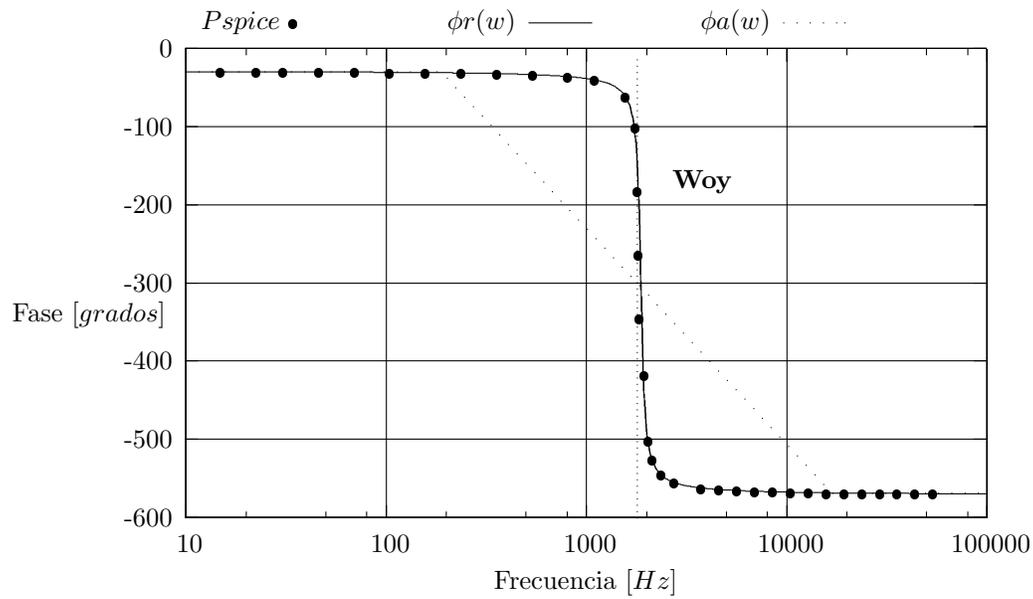


Figura 22: Trazados real, asintótico y de simulación con PSpice (Fase teórica).

#### 4.2. Simulación de la respuesta en frecuencia de la transferencia

---

Filtro X

Para graficar se define:

- $i = 0,99$
- $w_i = 2\pi 300^{\frac{i}{99}}$
- $foxn = \frac{W_{oxn}}{2\pi}$

$$Tf(w) = |T_X n(iw)|$$

Pspice	0	1
184	67.61	0.01
185	69.18	0.01
7 186	70.79	0.01
187	72.44	0.01
188	74.13	0.01

Figura 23: *Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta en frecuencia X)*

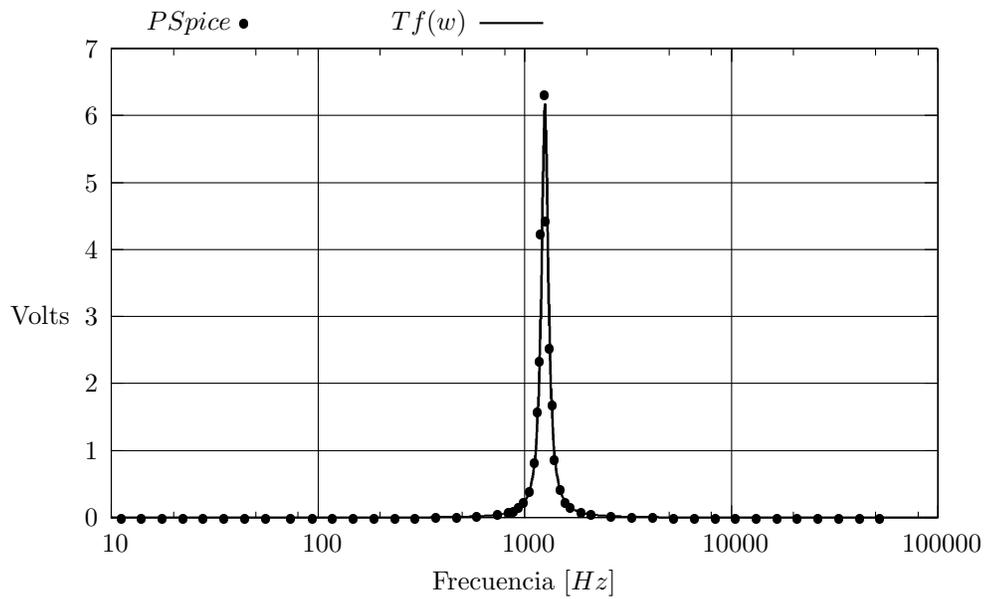


Figura 24: *Respuesta en frecuencia - Salida X.*

Filtro Y

Para graficar se define:

- $i = 0,99$
- $w_i = 2\pi 500^{\frac{i}{99}}$
- $f_{oyn} = \frac{W_{oyn}}{2\pi}$

$$Tf(w) = |T_Y n(iw)|$$

Pspice	0	1
184	5.01	$1,13 \times 10^{-5}$
185	5.13	$1,180^{-5}$
186	5.25	$1,24 \times 10^{-5}$
187	5.37	$1,29 \times 10^{-5}$
188	74.13	$1,29 \times 10^{-5}$

Figura 25: *Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta en frecuencia Y)*

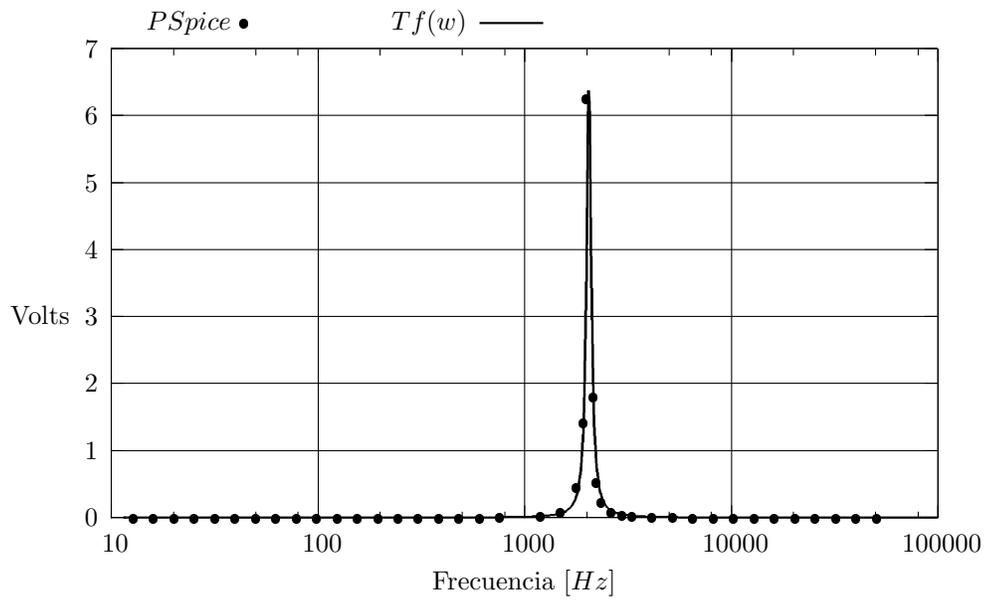


Figura 26: *Respuesta en frecuencia - Salida Y.*

## 5. Respuesta a excitaciones

---

En este segmento del trabajo se evaluarán la respuestas al impulso, al escalón, a una onda cuadrada y a una senoide. El objetivo del proyecto es entregar dos salidas dada una entrada es por eso que cada una de estas respuestas se dividirá en dos. Para esto se analizarán la salida X e Y por separado dada una entrada.

### 5.1. Respuesta al impulso

---

$\delta(t)$  laplace,  $t \rightarrow 1$ , entonces,  $V1(s) = 1$

$$H(s) = \frac{V2(s)}{V1(s)}$$

Salida X

$H(s) = T_X n(s)$ , entonces,  $V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s)$  invlaplace,  $s$

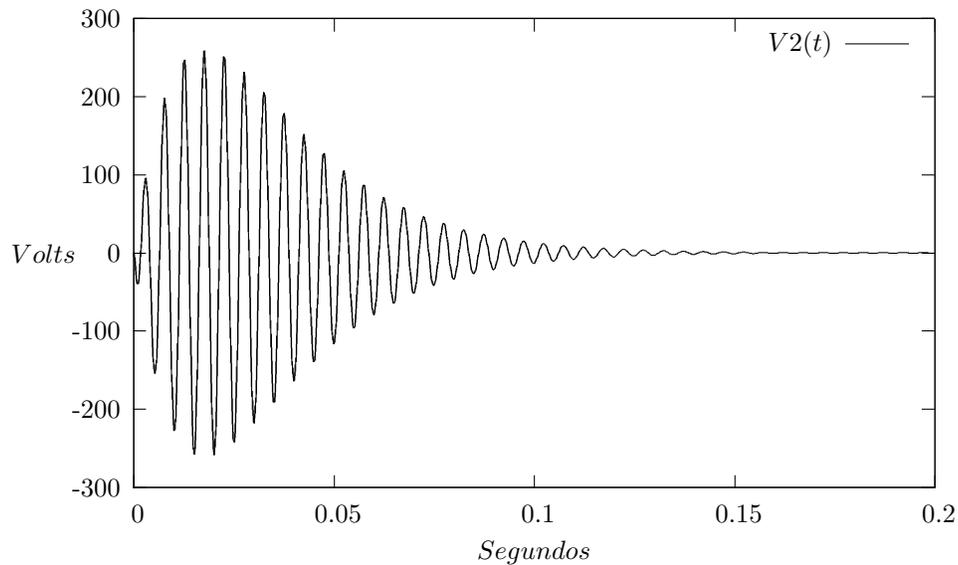


Figura 27: Respuesta al Impulso - Salida X.

Salida Y

$H(s) = T_Y n(s)$ , entonces,  $V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s)$  invlaplace,  $s$

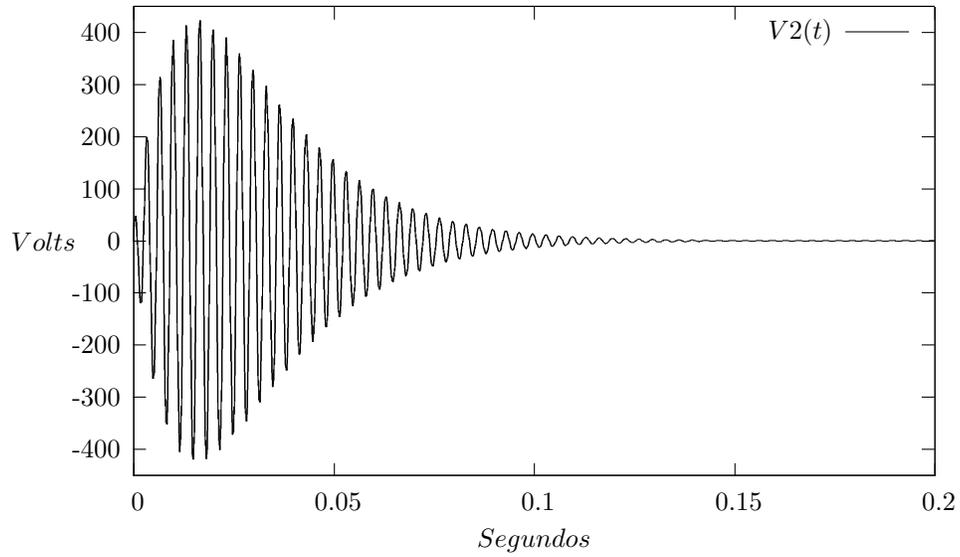


Figura 28: Respuesta al Impulso - Salida Y.

## 5.2. Respuesta al escalón

---

$$\Phi(t) \text{ laplace, } t \rightarrow \frac{1}{s}, \text{ entonces, } V1(s) = \frac{1}{s}$$

$$H(s) = \frac{V2(s)}{V1(s)}$$

Salida X

$$H(s) = T_X n(s), \text{ entonces, } V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s) \text{ invlaplace, } s$$

Pspice	0	1
0	$8 \times 10^{-13}$	$3,3 \times 10^{-5}$
1	$1,6 \times 10^{-12}$	$3,3 \times 10^{-5}$
2	$3,2 \times 10^{-12}$	$3,3 \times 10^{-5}$
3	$6,4 \times 10^{-12}$	$3,3 \times 10^{-5}$
4	$1,28 \times 10^{-12}$	$3,3 \times 10^{-5}$

Figura 29: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta al Escalon-Salida X)

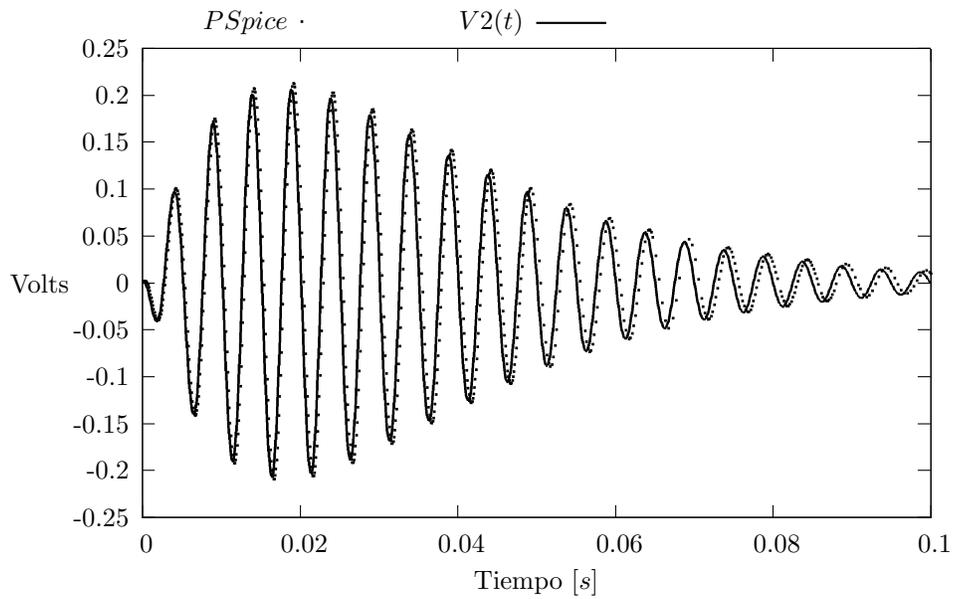


Figura 30: Respuesta al escalón - Salida X.

Salida Y

$H(s) = T_Y n(s)$ , entonces,  $V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s)$  invlaplace, s

Pspice	0	1
193	0.02	-0.12
194	0.02	-0.04
195	0.02	-0.08
196	0.02	0.00
197	0.02	0.05

Figura 31: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta el Ecalon-Salida Y)

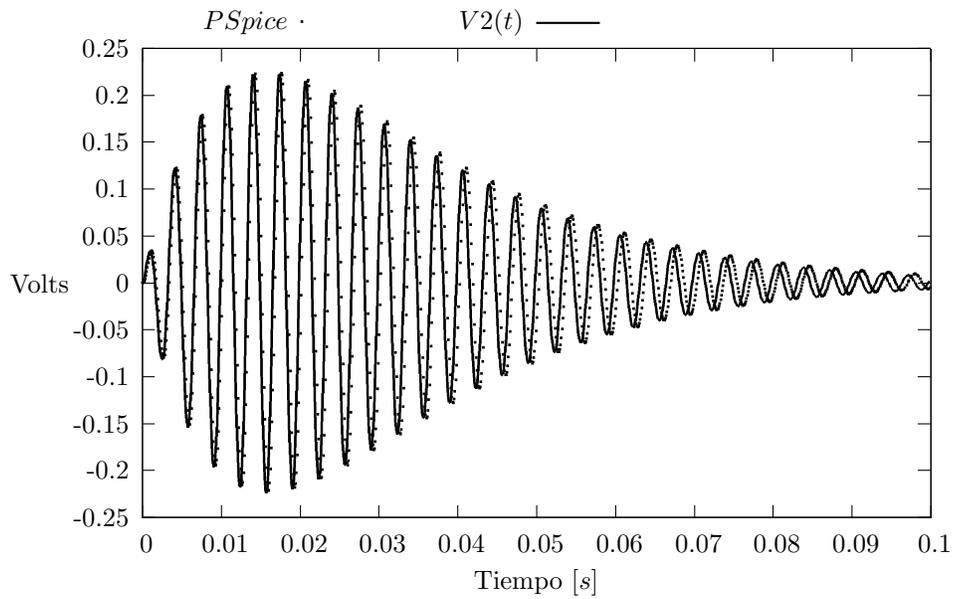


Figura 32: Respuesta al escalón - Salida X.

### 5.3. Respuesta a una onda senoidal

La frecuencia elegida para la realización de este inciso es  $f = 300\text{Hz}$ , por lo tanto,  $W = 2\pi f$ . Es importante aclarar que dicha frecuencia es equivalente a la del armónico que se rescata con el filtro Y.

$$V1(s) = 0,5 \sin(Wt) \text{ laplace, } t \rightarrow \frac{942,47779607693}{(s^2 + 3553057,584)}$$

$$H(s) = \frac{V2(s)}{V1(s)}$$

Salida X

$$H(s) = T_X n(s), \text{ entonces, } V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s) \text{ invlaplace, } s$$

Pspice	0	1
129	0.01	0.05
130	0.01	0.064
131	0.01	0.06
132	0.01	0.07
133	0.01	0.07

Figura 33: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta a una onda senoidal-Salida X)

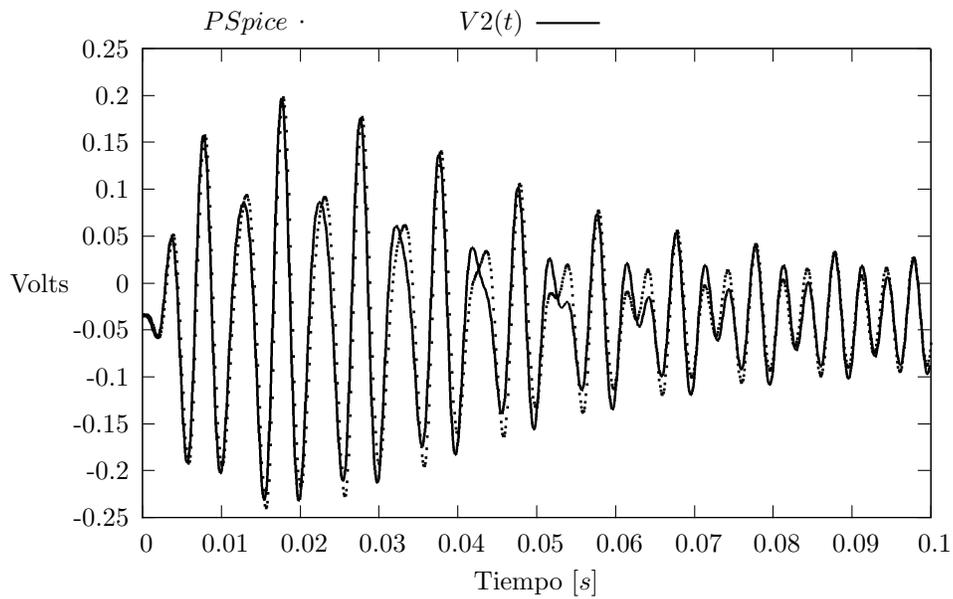


Figura 34: Respuesta a una onda senoidal - Salida X.

Salida Y

$H(s) = T_Y n(s)$ , entonces,  $V2(s) = H(s)V1(s) \rightarrow V2t(t) = V2(s) \text{ invlaplace, } s$

Pspice	0	1
193	0.02	-1.20
194	0.02	-1.35
195	0.02	-1.46
196	0.02	-1.52
197	0.02	-1.52

Figura 35: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta a una onda senoidal-Salida Y)

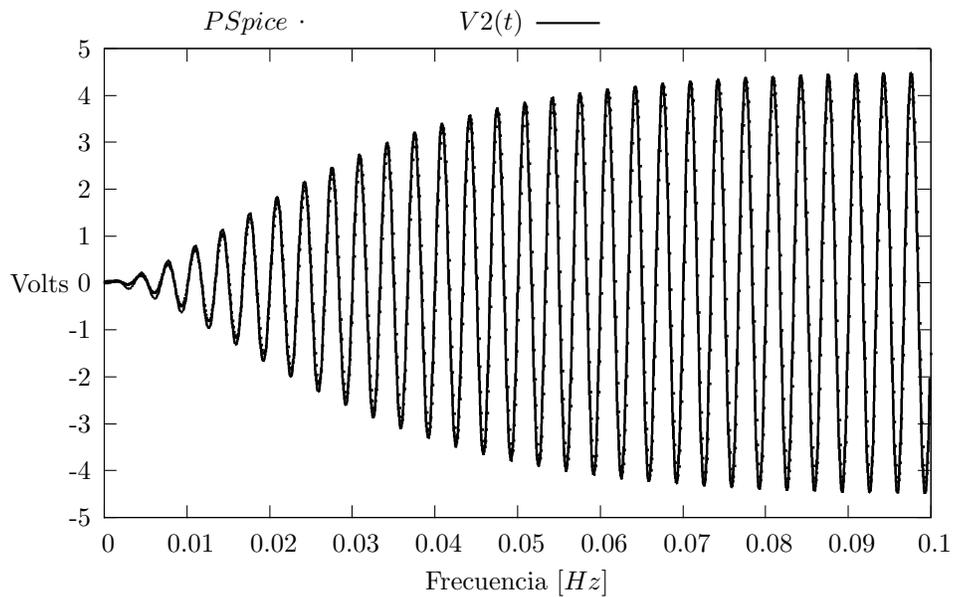


Figura 36: Respuesta a una onda senoidal - Salida Y.

La elección de la frecuencia de la senoide permitió mostrar que los filtros diseñados cumplen con su función. El hecho de que dicha frecuencia es de 300 Hz permite observar como la senoide queda atenuada luego del paso por el filtro.

#### 5.4. Respuesta a una onda cuadrada

El período elegido para la realización de este inciso es:  $\frac{T}{200}$   
 Para graficar se define:

- $Ta = \frac{4}{200}$  Tiempo de análisis de la señal.

- $nmax = 2\text{floor}\left(\frac{T_a}{T}\right) - 1$
- $amp = \frac{1}{4}$  Amplitud de la onda.

Salida X

$$Rq(t) = \left[ \frac{amp}{s} + \sum_{n=1}^{nmax} 2amp \frac{(-1)^n}{s} \exp\left(-sn \frac{T}{2}\right) \right] T_X n(s) \text{ invlaplace, } s$$

Pspice	0	1
119	0.01	0.02
120	0.01	0.02
121	0.01	0.02
122	0.01	0.02
123	0.01	0.02

Figura 37: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta a una onda cuadrada-Salida X)

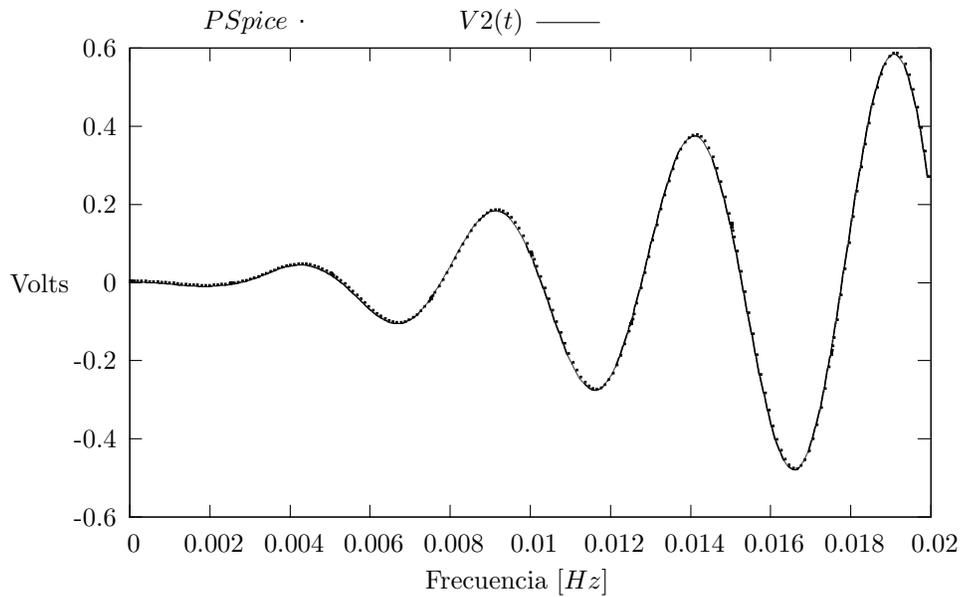


Figura 38: Respuesta a una onda cuadrada - Salida X.

Salida Y

$$Rq(t) = \left[ \frac{amp}{s} + \sum_{n=1}^{nmax} 2amp \frac{(-1)^n}{s} \exp(-sn \frac{T}{2}) \right] T_Y n(s) \text{ involaplace, } s$$

Pspice	0	1
145	0.01	-0.05
146	0.01	-0.06
147	0.01	-0.06
148	0.01	-0.06
149	0.01	-0.06

Figura 39: Tabla de valores pertenecientes a la simulación con Pspice (Respuesta a una onda cuadrada-Salida Y)

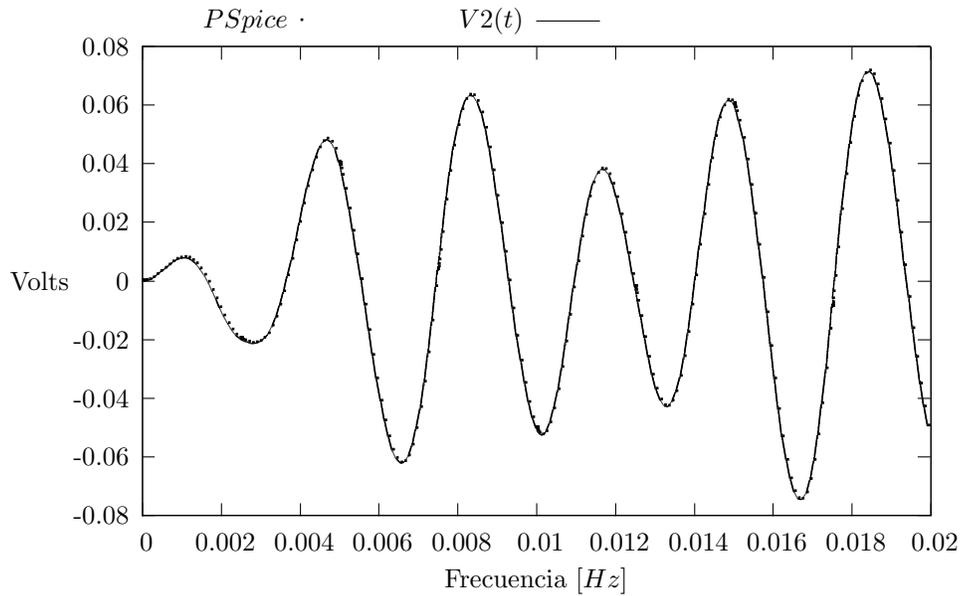


Figura 40: Respuesta a una onda cuadrada - Salida Y.

## 6. Conclusión

---

La realización de este proyecto posibilitó el traslado de los conocimientos adquiridos en la teoría a la práctica. Además, la implementación del circuito planteado, en el Orcad, permitió adquirir una experiencia más tangible en cuanto a la síntesis de un filtro.

Con respecto al desarrollo del proyecto se puede decir que fueron alcanzados los objetivos exitosamente ya que se obtuvieron los resultados pretendidos dentro de los márgenes de error permitidos.