

TRANSFORMADOR IDEAL

Norberto A. Lemozy

1 INTRODUCCIÓN

Los transformadores ideales son formas idealizadas de los transformadores reales, son elementos de circuito, como también lo son las resistencias, inductancias y capacitancias que son formas idealizadas de los elementos reales resistores, inductores y capacitores.

Estos transformadores ideales aparecen en los modelos circuitales, o circuitos equivalentes, de los transformadores reales y de otras máquinas eléctricas.

Como se verá más adelante, las diferencias entre los transformadores ideales y los reales, no son muy grandes, y en algunos casos particulares, a estos últimos se los puede considerar como ideales. No obstante, esas pequeñas diferencias, deben ser tenidas en cuenta en la mayoría de los casos.

A continuación se define al transformador ideal, se analizan sus características y se estudia cómo resolver circuitos que contienen transformadores ideales.

2 DEFINICIÓN

Los transformadores ideales pueden ser monofásicos, trifásicos, multicircuito o especiales, pero todos tienen en común las siguientes propiedades:

- | | | |
|----|---------------------|---|
| a) | $r = 0$ | Arrollamientos sin resistencia. |
| b) | $P_{Fe} = 0$ | Núcleo sin pérdidas. |
| c) | $\mu_{Fe} = \infty$ | Permeabilidad relativa del núcleo infinita. |
| d) | $C = 0$ | Capacidades parásitas nulas. |

3 REPRESENTACIÓN

Un transformador ideal monofásico se acostumbra a representar esquemáticamente como un circuito acoplado, figura 1.

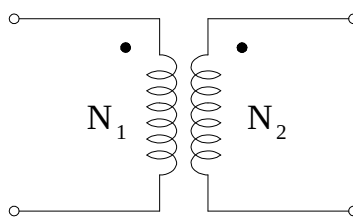


Fig. 1. Esquema de un transformador ideal.

Los puntos colocados en un extremo de cada arrollamiento indican los denominados “bornes homólogos”, que se emplean en el estudio de los circuitos acoplados y su significado se explicará un poco más adelante, en el párrafo 4.2.

Como es habitual, a las magnitudes y parámetros del *primario*, lado por donde entra la energía, se las designan con el subíndice 1, y a las del *secundario*, lado por donde sale la energía, con el subíndice 2. En el esquema de la figura 1, N_1 y N_2 son los números de espiras del primario y del secundario respectivamente.

4 CARACTERÍSTICAS

4.1 Tensiones y Potencias

De las propiedades listadas en el párrafo 2 se deducen las principales características de estos transformadores. Por ejemplo al no tener resistencia los arrollamientos, en estos no se producen caídas de tensión y las fuerzas electromotrices resultan iguales a las tensiones en los bornes. El valor eficaz de estas fuerzas electromotrices, obtenido por aplicación de la ley de Faraday, es:

$$\begin{aligned} U_1 = E_1 &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \Phi_{m\acute{a}x} \\ U_2 = E_2 &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_2 \Phi_{m\acute{a}x} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde:

E	Fuerza electromotriz inducida [V].
f	Frecuencia con que pulsa el flujo [Hz].
N	Número de espiras del arrollamiento.
$\Phi_{m\acute{a}x}$	Valor máximo del flujo alterno [Wb].

Dividiendo miembro a miembro las ecuaciones (1) se obtiene la denominada “*relación de transformación a*”:

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} \quad (2)$$

Esta relación a es el único parámetro necesario para definir al transformador ideal. En su defecto se podrían usar los números de espiras N_1 y N_2 .

Si la relación de transformación es mayor que 1, el transformador reduce la tensión y por ese motivo se lo denomina *reductor*; y, por el contrario, si la relación es menor que 1, se lo denomina *elevador*. Cuando la relación de transformación es igual a 1 el transformador no modifica la tensión y se lo denomina *separador* ya que sirve para aislar eléctricamente un circuito del otro, lo que puede ser necesario en casos particulares.

Otra consecuencia de la ausencia de resistencia en los bobinados, es que en los mismos no se producirán pérdidas por efecto Joule, también denominadas “*pérdidas en el cobre P_{Cu}* ”. Como además, por definición, no hay pérdidas en núcleo, también denominadas “*pérdidas en el hierro P_{Fe}* ”, el transformador ideal no tiene pérdidas de ningún tipo y la potencia de salida P_2 es igual a la de entrada P_1 , o sea que su rendimiento es del 100 %. Resumiendo:

$$\left. \begin{aligned} r &= 0 \Rightarrow P_{Cu} = 0 \\ P_{Fe} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_p = P_{Cu} + P_{Fe} = 0 \quad (3)$$

Entonces:

$$P_1 = P_2$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_p} = 1 \equiv 100\% \quad (4)$$

4.2 Bornes homólogos

Como ya se dijo en el estudio de los circuitos acoplados se definen los bornes o lados homólogos como puntos en el circuito que tienen una correspondencia entre sí.

La definición más empleada se vincula con las fuerzas magnetomotrices (productos NI), que actúan en el circuito magnético, y es la siguiente: “si en los distintos arrollamientos entra corriente por los bornes homólogos, las fuerzas magnetomotrices (fmm) desarrolladas se suman entre sí”.

El sentido de la fmm que desarrolla una bobina depende del sentido de la corriente y de la forma en que se ha devanado el arrollamiento y está determinada por la regla del tirabuzón o de la mano derecha. Por ejemplo en el circuito magnético de la figura 2 se muestra cómo al entrar corriente por los bornes homólogos las fuerzas magnetomotrices desarrolladas se suman.

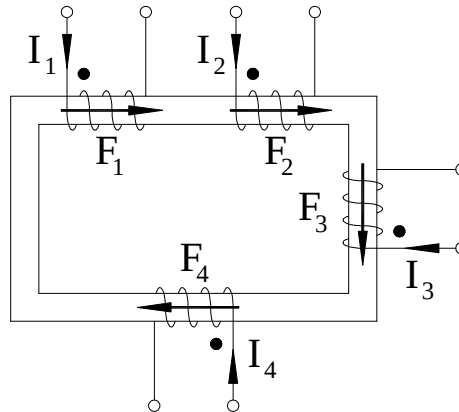


Fig. 2. Fmm y bornes homólogos.

Una vez dado el sentido de los arrollamientos, los bornes homólogos quedan unívocamente determinados y su ubicación no puede ser arbitraria.

Otra propiedad de los bornes homólogos es que, ante un flujo variable, los bornes homólogos tienen la misma polaridad instantánea, figura 3.

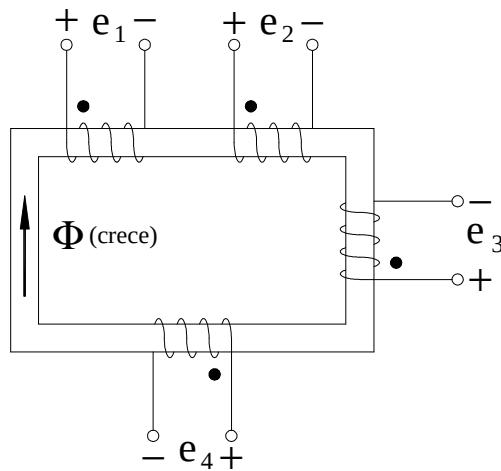


Fig. 3. Fem inducidas y bornes homólogos.

4.3 Sentidos adoptados

Salvo para casos muy elementales, para el correcto planteo de las ecuaciones de un circuito, primero se deben establecer los sentidos que se adoptan como positivos para todas las magnitudes. Si bien esos sentidos pueden elegirse arbitrariamente, hay ciertas combinaciones de los mismos que llevan a ecuaciones y fasoriales más simples. Para el caso de los transformadores, ideales y reales, de dos circuitos y para la mayoría de las máquinas eléctricas, conviene utilizar las convenciones de la figura 4.

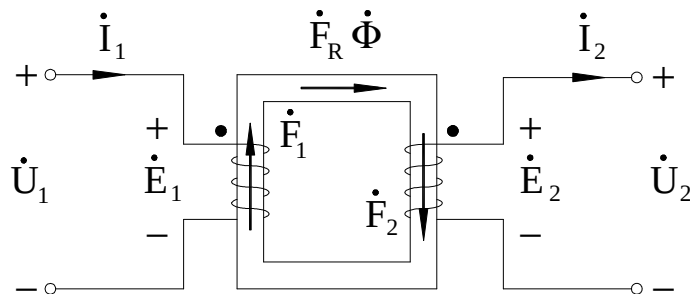


Fig. 4. Convenciones de signo.

En la figura 4, lo único que no es arbitrario es la ubicación de los bornes homólogos.

Para el primario se adopta una *convención consumidora*, es decir la corriente *entrando* por el borne positivo, tal que si ambas tienen esos sentidos la potencia *entra* al primario.

Para el secundario se adopta una *convención generadora*, es decir la corriente *saliendo* por el borne positivo, tal que si ambas tienen esos sentidos la potencia *sale* del secundario.

Además se le asigna a los bornes homólogos la misma polaridad instantánea, y la misma para las tensiones U que para las fuerzas electromotrices E .

4.4 Fuerzas magnetomotrices

Como es común en máquinas eléctricas, y de acuerdo a los sentidos indicados en la figura 4, la fmm resultante se expresa como suma de las fmm individuales:

$$\dot{F}_R = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 \quad (5)$$

En las máquinas rotativas, esta suma debe ser *vectorial*, ya que las distintas fmm normalmente no poseen la misma dirección en el espacio; pero en el caso de los transformadores, la presencia del núcleo ferromagnético, en particular el núcleo ideal de los transformadores en estudio, orienta las fmm en la misma dirección y la suma se puede hacer sencillamente en forma *fasorial* como indican los puntos sobre las letras de la expresión (5).

Esa fmm resultante es la que da lugar al flujo en el núcleo, y es éste el que desarrolla las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 . La relación entre el flujo y la fmm resultante está dada por la ley de Hopkinson de la siguiente forma:

$$\dot{F}_R = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 = \mathcal{R} \dot{\Phi} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \mu_{Fe} S_{Fe}} \dot{\Phi} = 0 \quad (6)$$

Donde:

$\mathcal{R}$: Reluctancia del núcleo [1/H].

$\dot{\Phi}$: Flujo [Wb].

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [H/m]: Permeabilidad del vacío.

μ_{Fe} : Permeabilidad relativa que, en este caso, vale ∞ .

S_{Fe} : Sección a través de la cual circula el flujo magnético [m²].

l_{Fe} : Longitud del circuito magnético [m].

Observando los sentidos adoptados en la figura 4 se puede ver que una corriente I_1 *positiva* (es decir con el sentido mostrado en dicha figura) y aplicando la regla del tirabuzón o de la mano derecha, produce una fmm F_1 también *positiva*; en cambio, y siguiendo el mismo criterio, una corriente I_2 *positiva* produce una fmm F_2 *negativa*, por lo tanto si en la expresión (6) se reemplazan las fmm por los respectivos productos NI sus signos resultan:

$$\boxed{N_1 \dot{I}_1 - N_2 \dot{I}_2 = 0} \quad (7)$$

Es decir que en un transformador ideal las fmm primaria y secundaria son iguales. Si de la expresión (7) se despeja el cociente N_1/N_2 queda:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \quad (8)$$

O sea que, en un *transformador ideal*, la relación de transformación a es igual a:

$$\boxed{a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}} \quad (9)$$

Donde no se tuvo en cuenta el carácter fasorial de E y U porque en un transformador ideal, y con las convenciones adoptadas, todas ellas resultan en fase, y otro tanto ocurre con las corrientes del primario y del secundario.

5 REDUCCIÓN DE MAGNITUDES

Sea un transformador ideal de relación a conectado su primario a una fuente de corriente alterna de tensión U_1 y su secundario a una carga de impedancia Z_2 , figura 5.

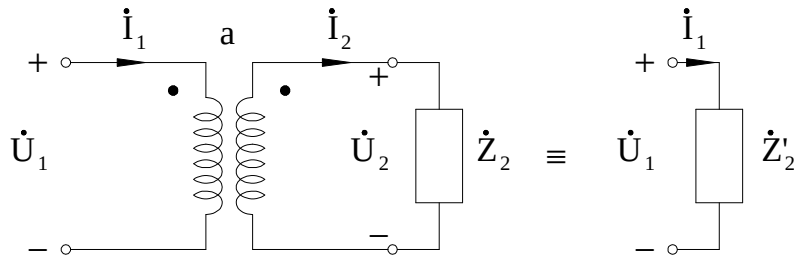


Fig. 5. Transformador con carga.

Vista desde los bornes del primario impedancia de carga Z_2 se con un valor distinto Z'_2 denominado “*impedancia secundaria referida al primario*”. Las magnitudes o parámetros referidos, al primario o al secundario, se indican por medio de un apóstrofo. En el ejemplo de la figura 5 la relación es:

$$\begin{aligned} \dot{Z}'_2 &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \\ \dot{Z}'_2 &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{a\dot{U}_2}{\frac{\dot{I}_2}{a}} = a^2 \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = a^2 \dot{Z}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

Es decir que la impedancia vista desde los bornes del primario, es igual a la impedancia colocada en el secundario multiplicada por la relación de transformación al cuadrado.

Por definición esta impedancia secundaria referida al primario se puede hacer igual al cociente de la tensión secundaria referida al primario y de la corriente secundaria también referida al primario, o sea:

$$\dot{Z}'_2 = \frac{\dot{U}'_2}{\dot{I}'_2} \quad (11)$$

$$\dot{U}'_2 = a\dot{U}_2 \quad \text{e} \quad \dot{I}'_2 = \frac{\dot{I}_2}{a} \quad (12)$$

Así como en el ejemplo de la figura 5 se trabajó con parámetros impedancia, se pudo hacer la inversa y trabajar con parámetros admitancia. También y de forma análoga se puede determinar el valor de una impedancia o admitancia colocada en el primario y vista desde el secundario. En todos esos casos se obtienen resultados parecidos. En la tabla I se hace un resumen de los factores por los que hay que multiplicar a las distintas magnitudes para referirlas al primario o al secundario del transformador.

Tabla I. Factores para referir magnitudes.

	Al primario	Al secundario
Tensiones	a	$1/a$
Corrientes	$1/a$	a
R, X, Z	a^2	$1/a^2$
G, B, Y	$1/a^2$	a^2

A fin de recordar esos factores se puede observar que las tensiones y corrientes se refieren con la relación de transformación a la primera potencia y que expresiones como las (12) se pueden obtener de la relación de transformación dada en (9). Por otro lado las impedancias resultan del cociente entre tensión y corriente (11) y las admitancias son las recíprocas.

En el proceso de referir magnitudes las potencias resultan invariantes, en efecto la potencia aparente S_2 referida al primario sería:

$$S_2' = U_2' \cdot I_2' = \frac{U_2}{a} \cdot a I_2 = U_2 \cdot I_2 = S_2 \quad (13)$$

Un corolario de lo expuesto es que un transformador ideal *en vacío*, es decir sin carga en el secundario, $I_2 = 0$, equivale a un *circuito abierto* y si está en *cortocircuito*, $U_2 = 0$, equivale a un *cortocircuito*.

Refiriendo magnitudes es posible resolver circuitos con uno o varios transformadores ideales intercalados. Por ejemplo sea un circuito como el de la figura 6.

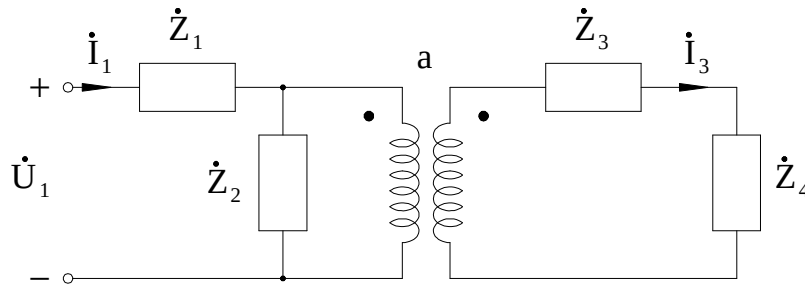


Fig. 6. Circuito con transformador ideal.

El transformador ideal con las impedancias Z_3 y Z_4 en su secundario se puede reemplazar por esas impedancias referidas al primario, resultando, figura 7.

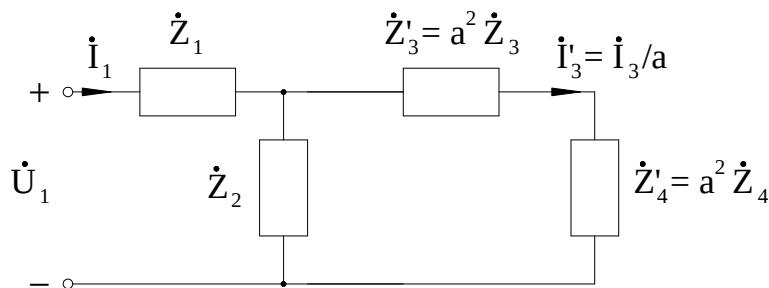


Fig. 7. Circuito referido al primario.

Obsérvese que al referir impedancias en un circuito la topología del mismo no cambia: lo que está en serie queda en serie y lo que está en paralelo queda en paralelo.

El circuito de la figura 7 se puede resolver en forma clásica y obtener todas sus corrientes, tensiones y potencias. Por ejemplo las corrientes I_1 e I_2 de dicho circuito son las mismas corrientes que las del circuito de la figura 6; pero la I_3' es el valor referido de la I_3 :

$$\dot{I}_3' = \frac{\dot{I}_3}{a} \quad (14)$$

De donde:

$$\dot{I}_3 = a \cdot \dot{I}_3' \quad (15)$$

En forma análoga se puede proceder con las tensiones.

6 BIBLIOGRAFÍA

EE Staff del MIT: “Circuitos Magnéticos y Transformadores” Editorial Reverté, 1943.

Ing. Norberto A. Lemozy
2010