

## GENERACION DE TENSIONES ALTERNAS SENOIDALES

### 1.1 Funciones senoidales

Los sistemas actuales de generación de energía eléctrica, presentan una característica senoidal, cuya forma genérica para una fuente de tensión es la se muestra en la figura 1.1.

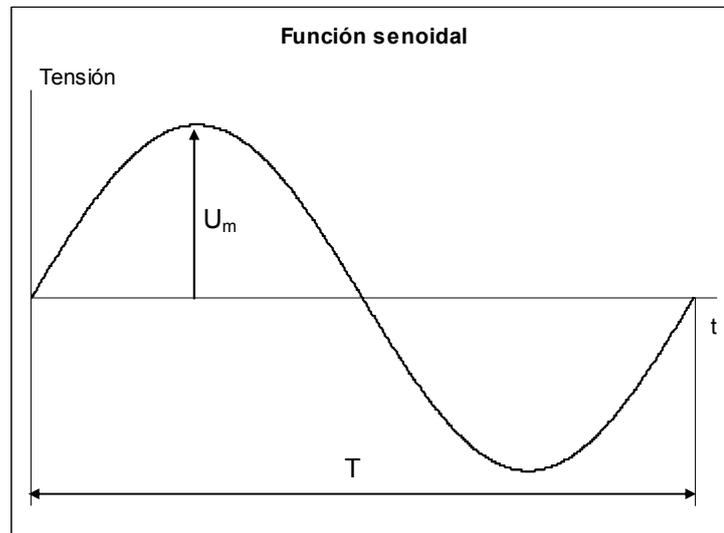


Figura 1.1 Forma de onda senoidal

$$u(t) = U_m \text{ sen } \omega t$$

Siendo:  $U_m$ : Amplitud de la onda senoidal  
 $\omega t$ : Argumento  
 $\omega$ : Frecuencia angular (Radianes / segundo)  
 $T$ : Período de oscilación

Se define como frecuencia ( $f$ ) a la cantidad de períodos por segundo ó sea:

$$f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]} \quad \text{Ciclos por segundo ó Hertz}$$

Luego la frecuencia angular será:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$$

En el caso en que la función tenga un ángulo de fase  $\theta$  la expresión es la siguiente:

$$u(t) = U_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$$

En esta función el fenómeno ocurre  $\theta/\omega$  radianes antes, lo cual indica que la misma adelanta a  $u(t) = U_m \text{ sen } \omega t$ , según se muestra en la figura 1.2.

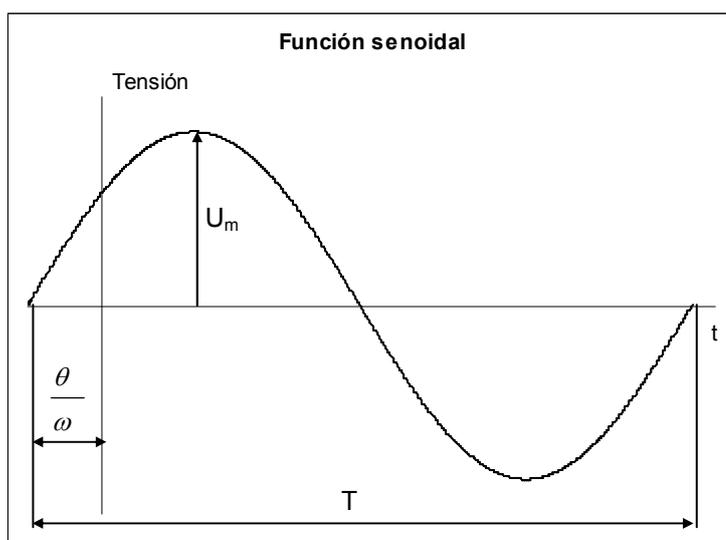


Figura 1.2 Función senoidal con ángulo de fase inicial

## 1.2 Inducción electromagnética

En todo conductor que se mueve a través de un campo magnético, se induce una fuerza electromotriz de acuerdo a la Ley de **Faraday**. En la figura 1.3 está dibujado un conductor en movimiento a través de un campo magnético, el cual se ha representado por sus dos "polos magnéticos" norte (**N**) y sur (**S**).

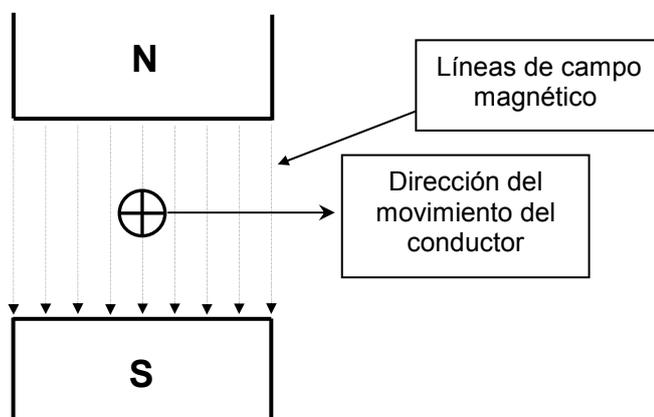


Figura 1.3 Movimiento de un conductor dentro de un campo magnético

El sentido de dicha fuerza electromotriz, es tal que la corriente que genera, provoca un campo magnético alrededor de dicho conductor, cuyo efecto es oponerse a la causa que lo creó.

En el esquema podemos observar que la fuerza electromotriz inducida, tiene sentido entrante al plano del dibujo, lo que provoca una fuerza en el conductor que se opone al sentido del movimiento.

Dicho sentido se puede obtener de la siguiente forma práctica:

**Se coloca la palma de la mano derecha en posición tal que reciba el flujo originado por el campo magnético, el pulgar deberá tener el sentido del movimiento y el resto de los dedos nos indica el sentido de la fuerza electromotriz inducida.**

El valor de la fuerza electromotriz inducida generada es el siguiente:

$$E = B \cdot l \cdot v = B \cdot l \frac{d}{t} = \frac{\Phi}{t} \left( \frac{\text{Flujo magnético}}{\text{tiempo}} \right)$$

Donde:

- B : Inducción magnética en [Tesla]
- l : Longitud del conductor bajo la acción del campo magnético [metros]
- v : Velocidad de desplazamiento del conductor [metros / segundo]
- d : Distancia recorrida por el conductor en un tiempo "t" [metros]
- $\Phi$  : Valor del flujo magnético [Weber]      $\Phi = B \cdot d \cdot l$

### 1.3 Generador elemental de tensión alterna

En la figura 1.4, se ha dibujado un generador elemental de corriente alterna.

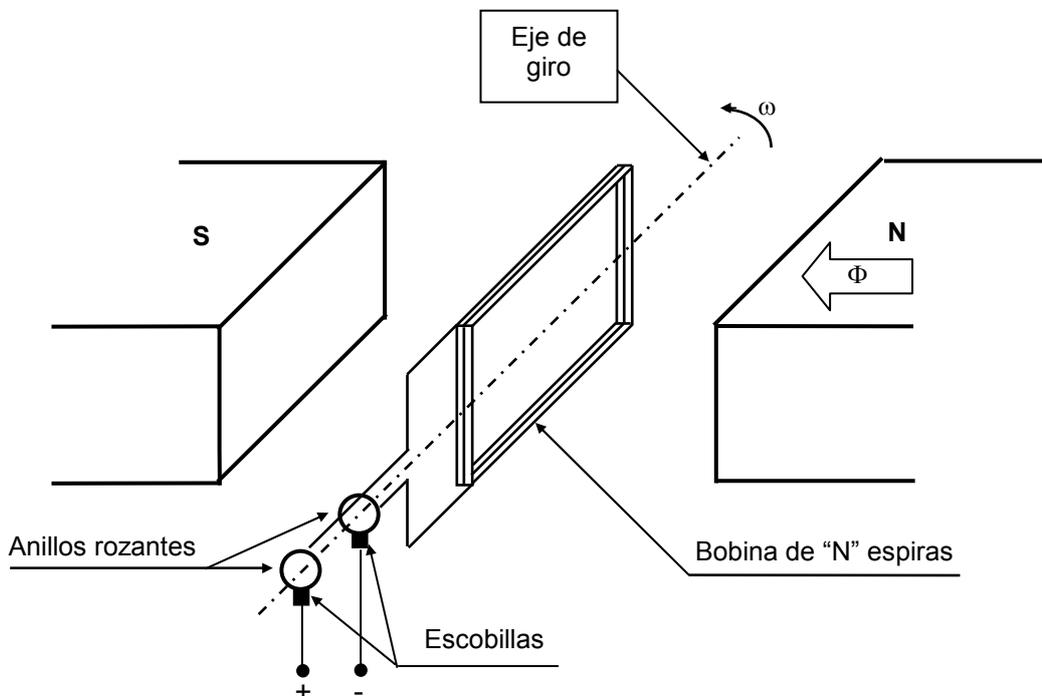


Figura 1.4 Generador elemental de corriente alterna

El mismo consta de un imán permanente ó electroimán, el cual produce un campo magnético constante, representado por su flujo ( $\Phi$ ).

Entre ambos polos (Norte - Sur), se coloca una bobina de "N" espiras, montada sobre un eje, al cual se le impone un movimiento giratorio constante por medio de una máquina impulsora (Motor diesel, turbina de vapor, gas, etc.).

Los terminales de dicha bobina se conectan a un par de anillos rozantes fijos al eje (Aislados eléctricamente entre si y del eje), lo cual permite a través de unas escobillas ó carbones, la continuidad eléctrica entre la parte móvil y la fija a la cual se debe llevar la corriente.

Si analizamos los fenómenos que ocurren en la bobina en cuestión a lo largo de un giro completo observamos:

- En la posición del dibujo la bobina tiene su eje magnético coincidente con el eje magnético del imán, por lo cual el flujo concatenado por la misma es máximo.
- Al comenzar a girar la bobina, el flujo concatenado va disminuyendo hasta hacerse cero, después de rotar un ángulo de  $90^\circ$ .
- Continuando en su giro las bobina vuelve a concatenar nuevamente flujo pero en sentido contrario.
- Cuando completa un giro de  $180^\circ$  vuelven a estar los ejes magnéticos en la misma dirección con lo cual el flujo concatenado vuelve a ser máximo pero en sentido contrario al inicial.
- A partir de este instante vuelve a disminuir el flujo hasta hacerse cero cuando completa un giro de  $270^\circ$
- Desde esta posición la bobina vuelve a concatenar flujo en el sentido inicial, hasta hacerse máximo con el giro completo de la misma.

Si analizamos el flujo concatenado para una posición cualquiera de la bobina en estudio, al girar un ángulo  $\alpha$ , tal como se observa en el gráfico de la figura 1.5.

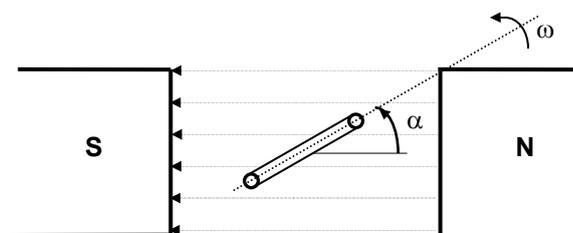


Figura 1.5 Flujo concatenado por una bobina

$$\varphi = \Phi \text{ sen } \alpha \quad (\text{Flujo concatenado})$$

$$\alpha = \omega t \quad (\text{Velocidad angular por tiempo})$$

$$\varphi = \Phi \text{ sen } \omega t$$

La bobina efectúa "f" revoluciones por segundo, siendo "f" la frecuencia, y como cada revolución comprende  $360^\circ$ , su velocidad angular en radianes será:

$$\omega = 2\pi f$$

De acuerdo a la ley de Faraday - Lenz es:

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = N \Phi \omega \cos \omega t$$

$$E_m = N \Phi \omega \quad \Rightarrow \quad e = E_m \cos \omega t$$

Lo cual nos lleva a obtener una fuerza electromotriz en los terminales de la bobina cuya variación en el tiempo es de características senoidales (debido al instante en el cual se efectuó el análisis en nuestro caso es cosenoidal).

Si se representan los valores instantáneos del flujo concatenado por la bobina y la f.e.m. inducida en la misma, vemos que cuando el flujo concatenado es máximo la f.e.m. inducida pasa por su valor mínimo y cuando es mínimo, la f.e.m. inducida es máxima. Esto nos indica que entre ambos hay un desfase de  $90^\circ$ , tal cual se observa en la figura 1.6.

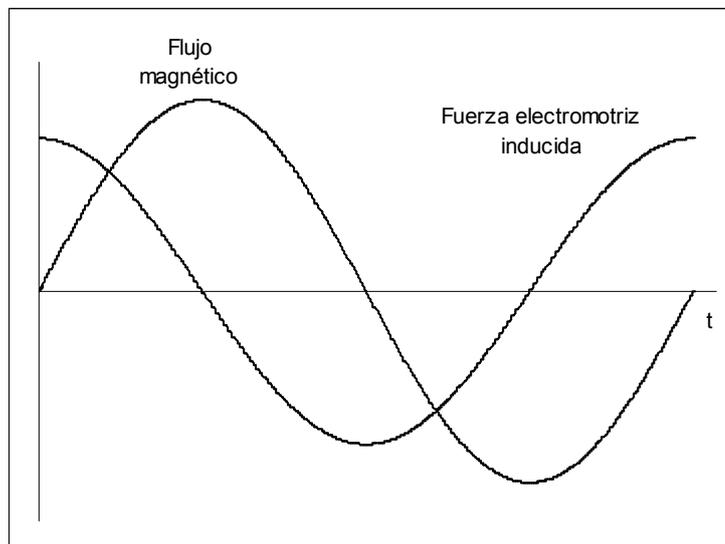


Figura 1.6 Valores instantáneos del flujo concatenado y la fuerza electromotriz inducida

## 1.4 Corriente alterna

### Representación de funciones senoidales por vectores y números complejos

Sea una magnitud cualquiera, por ejemplo una tensión de las siguientes características:

$$u(t) = U_m \text{sen} (\omega t + \theta)$$

Tomemos ahora un par de ejes ortogonales a – b, de acuerdo con la figura 1.7.

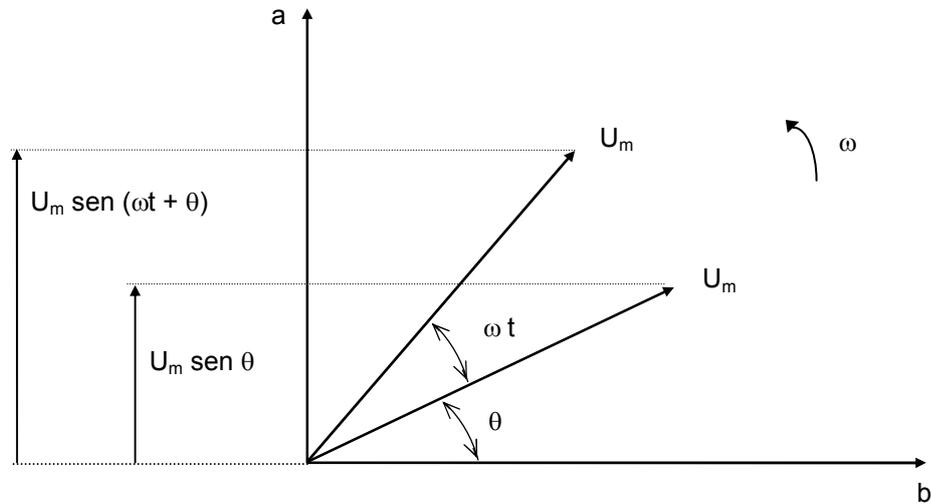


Figura 1.7 Diagrama de vectores armónicos

Tracemos al origen y con un ángulo  $\theta$  respecto de la horizontal, un vector que en la escala adecuada represente la amplitud  $U_m$  de la función.

Hagamos girar dicho vector, alrededor del origen de coordenadas y con una velocidad angular  $\omega$ , en sentido antihorario. Al cabo de un tiempo "t" dicho vector habrá llegado a la posición  $\omega t + \theta$ .

Si tomamos la proyección de dicho vector sobre el eje vertical, la misma estará representando a través del tiempo el valor instantáneo de la función considerada.

Cualquier magnitud cuya variación en el tiempo sea senoidal, puede ser representada mediante este diagrama de "Vectores armónicos". Si se considera el par de ejes sobre un plano complejo, en el cual el eje de abscisas es el real y el eje de ordenadas el imaginario, el vector corresponderá a un número complejo, cuyo módulo es  $U_m$  y su argumento es el ángulo  $\theta$ , el cual se puede escribir:

$$\mathbf{U}_m = U_m e^{j\theta} = U_m \angle \theta$$

En forma exponencial y polar respectivamente, siendo:

$$j = \sqrt{-1}$$

Al estar girando con velocidad angular  $\omega$ , el vector estará representado por la función:

$$\mathbf{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \theta)} = U_m \cos(\omega t + \theta) + j U_m \sin(\omega t + \theta)$$

De aquí observamos, que si trabajamos con una función senoidal debemos tomar la parte imaginaria ó sea:

$$\mathbf{U}_m = \text{Imag.} [ U_m e^{j(\omega t + \theta)} ] = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

Si en cambio trabajamos con la función coseno, debemos tomar la parte real:

$$\mathbf{U}_m = \text{Real} [ U_m e^{j(\omega t + \theta)} ] = U_m \cos(\omega t + \theta)$$

### Diagramas fasoriales

Si en lugar de utilizar los valores máximos ó amplitud de las funciones, utilizamos los valores “eficaces” a dicho diagrama le daremos el nombre de **Fasorial**.

El valor eficaz de una función periódica se define como la raíz cuadrada del valor medio del cuadrado de la función. Si la función es de la siguiente característica:

$$u(t) = U_m \text{ sen } (\omega t + \theta) \quad \text{su valor eficaz será:}$$

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \text{ sen}^2 (\omega t + \theta) dt}$$

Para una función de características senoidales el valor eficaz de la función es:

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Un diagrama fasorial muestra la magnitud y el ángulo de fase de cada cantidad fasorial en el plano de los números complejos. Los ángulos se miden en el sentido antihorario y a partir del eje real positivo, y las magnitudes a partir del origen de coordenadas.

Para indicar que el vector que se está analizando es un fasor, se lo identifica: con la letra en **negrita**, colocándole una raya ó un punto sobre la letra.

$$\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}$$

Tomemos por ejemplo dos funciones como las siguientes:

$$u(t) = U_m \text{ sen } \omega t \quad \text{y}$$

$$i(t) = I_m \text{ sen } (\omega t - \varphi)$$

Vemos que la segunda atrasa un ángulo “ $\varphi$ ” a la primera, por lo tanto su representación fasorial con sus valores eficaces “**U**” e “**I**”, para  $t = 0$ , es el dibujado en la figura 1.8.

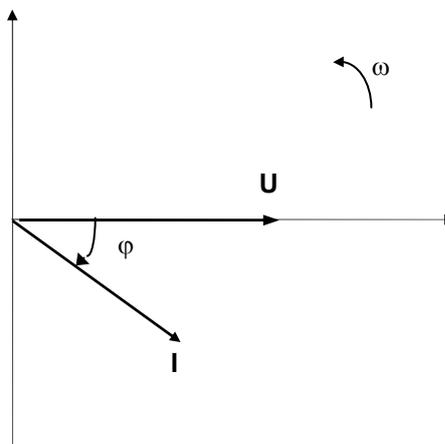
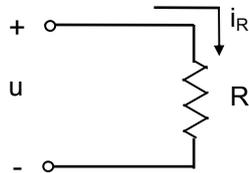


Figura 1.8 Diagrama de fasores

**Resistores**

Al aplicar una tensión alterna senoidal sobre un resistor puro, la corriente que circula por el mismo será de acuerdo a la ley de **Ohm**:



$$u(t) = U_m \text{ sen } \omega t$$

$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U_m}{R} \text{ sen } \omega t$$

Ambos valores están en fase y su representación instantánea y fasorial (Para  $t=0$ ), es dibujada en la siguiente figura 1.9.

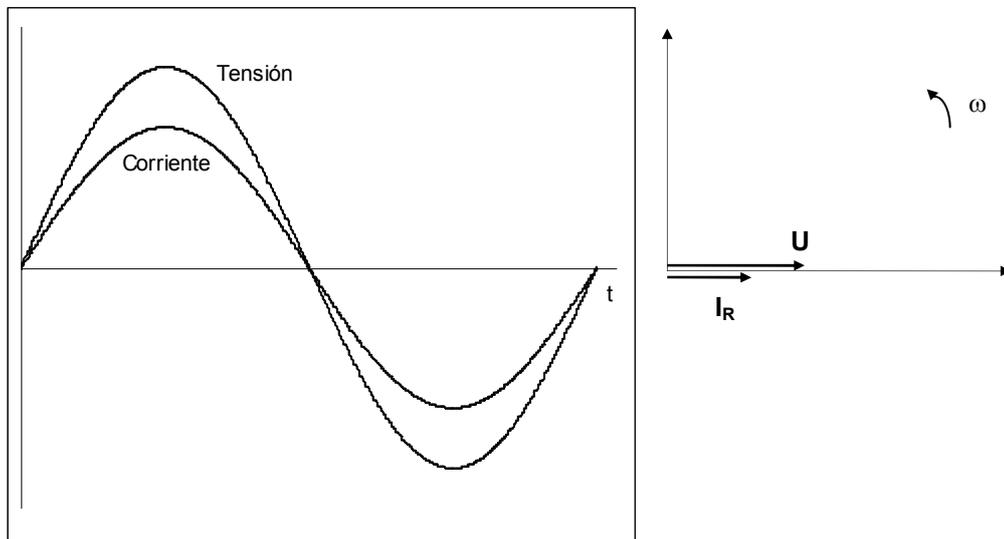


Figura 1.9 Diagrama de valores instantáneos y fasorial correspondiente a carga óhmica pura

A los efectos de no trabajar con los valores instantáneos de la corriente y la tensión, se define el valor eficaz de los mismos.

El valor eficaz de la corriente alterna es igual numéricamente a la intensidad de una corriente continua tal que, en un intervalo de tiempo igual a un período, libera en una resistencia una cantidad de calor igual a la que libera la corriente alterna.

El calor producido en una resistencia por efecto Joule está dado por:

$$P_{cc} = I_{cc}^2 R$$

En corriente alterna el valor instantáneo de la potencia es:

$$p_{ca} = (I_m \text{ sen } \omega t)^2 R = I_m^2 \text{ sen}^2 \omega t R$$

Como:  $\text{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t)$  nos quedará:

$$p_{ca} = (R I_m^2 / 2) (1 - \cos 2\omega t)$$

El gráfico correspondiente se observa en la figura 1.10.

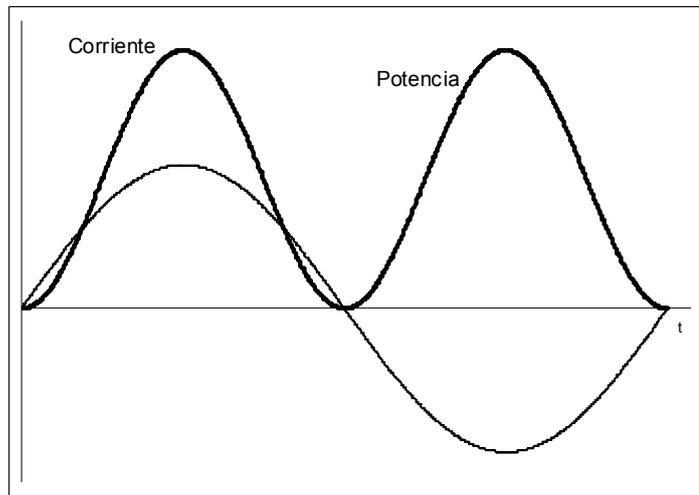


Figura 1.10 Valores instantáneos de la potencia sobre un resistor

Se hace notar que la función potencia en corriente alterna es de frecuencia doble de la corriente que circula. La potencia media se obtiene hallando el valor medio de la expresión de  $p_{ca}$  ó sea el área bajo la curva de  $p_{ca}$  y dividiéndola por el período, siendo su valor:

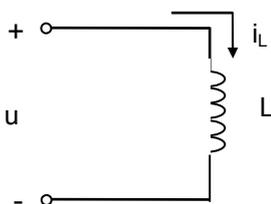
$$p_{ca} = \frac{R \cdot I_m^2}{2} \quad \text{Luego}$$

$$I_{cc}^2 R = \frac{R \cdot I_m^2}{2} \quad \text{De aquí :} \quad I_{cc}^2 = \frac{I_m^2}{2}$$

$$\text{Siendo su valor eficaz : } I_{ef} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

## Inductores

En un inductor ideal, por el cual circula una corriente de valor:



$i_L(t) = I_{Lm} \text{ sen } \omega t$  Aparecerá en sus bornes una tensión cuyo valor estará dado por:

$$u(t) = L \frac{di_L}{dt} \quad (L : \text{Autoinducción en Henry})$$

$$u(t) = L \cdot I_{Lm} \cdot \omega \cdot \cos \omega t = I_{Lm} \cdot L \cdot \omega \cdot \text{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Llamaremos a  $\omega L = X_L$  Reactancia inductiva  $[\Omega]$

$$U_m = I_{Lm} X_L$$

Observamos que la tensión tiene un adelanto de  $90^\circ$ , con respecto a la corriente, con lo que sus diagramas de valores instantáneos y fasorial (Para  $t = 0$ ) son los dibujados en la figura 1.11.

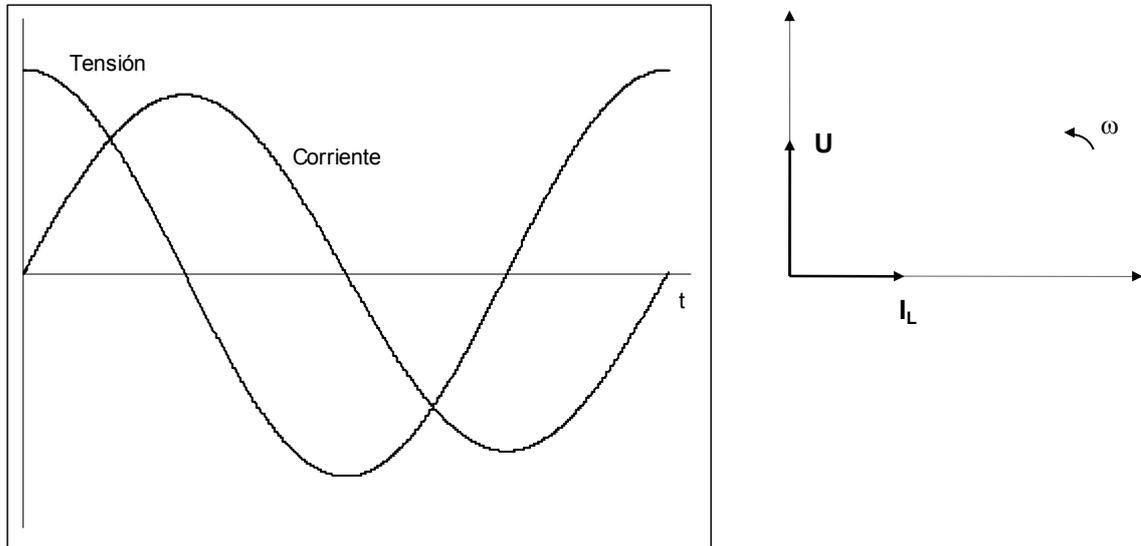


Figura 1.11 Diagrama de valores instantáneos y fasorial correspondiente a carga inductiva pura

Las relaciones entre los valores eficaces está dado por:

$$U = X_L I_L$$

Si tenemos en cuenta estos valores como fasores:

$$\mathbf{U} = \omega L \mathbf{I}_L e^{j\pi/2} = j \omega L \mathbf{I}_L \quad e^{j\pi/2} = j$$

O sea que la multiplicación por “j” hace girar el vector un ángulo de  $90^\circ$  en el sentido antihorario, con lo que nos queda expresado matemáticamente el desfase de  $90^\circ$  entre un fasor y el otro.

Por lo tanto para dejar expresado este desfase que se produce en un inductor, asociaremos “j” a su reactancia y al conjunto lo llamaremos impedancia inductiva:

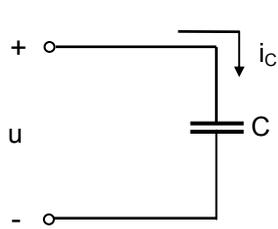
$$Z_L = j X_L [\Omega]$$

## Capacitores

En un capacitor ideal al cual le aplicamos una tensión

$$u(t) = U_m \text{sen } \omega t$$

La corriente que circulará por el mismo será:



$$i_c(t) = C \frac{du}{dt} \quad C \text{ (Capacidad en Faradios)}$$

$$i_c(t) = C \cdot U_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = U_m \cdot \omega \cdot C \cdot \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Llamaremos a :  $\frac{1}{\omega C} = X_C$  Reactancia capacitiva [ $\Omega$ ]

$$I_{Cm} = \frac{U_m}{X_C}$$

En este caso la corriente tiene un adelanto de  $90^\circ$  con respecto a la tensión, lo que se observa en los diagramas de la figura 1.12

Lo cual se toma en cuenta en el cálculo fasorial

$$I_C = \frac{U}{X_C} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{U}{-jX_C}$$

Llamaremos a  $Z_C = -jX_C$  Impedancia capacitiva [ $\Omega$ ]

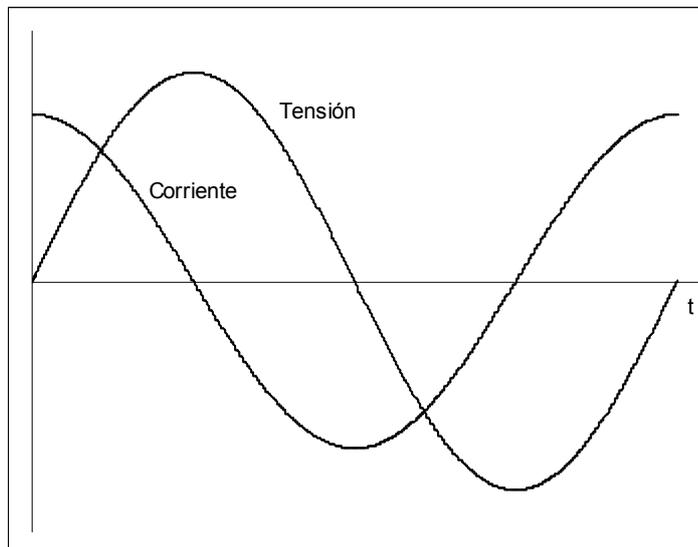


Figura 1.12 Diagrama de valores instantáneos y fasorial correspondiente a carga capacitiva pura

## 1.5 Agrupamiento de impedancias

### Conexión en serie de resistor, inductor y capacitor

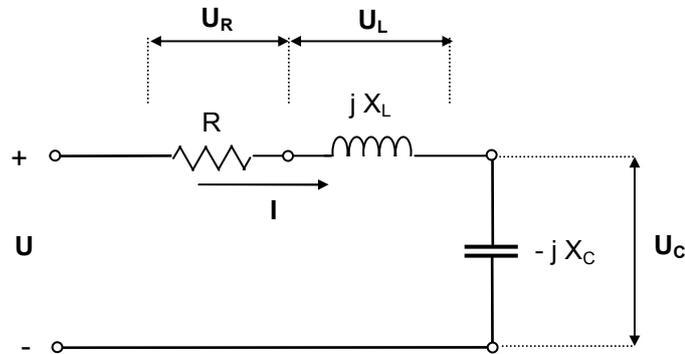


Figura 1.13 Agrupamiento de impedancias en serie

Conectando una impedancia a continuación de la otra, efectuamos una conexión que se denomina “serie”, según se observa en la figura 3.13. Si a este agrupamiento le aplicamos una tensión  $U$ , circulará una corriente  $I$ , que es la misma en cada elemento.

Las caídas de tensión en cada elemento están dadas por:

$$U_R = R I$$

$$U_L = j X_L I$$

$$U_C = -j X_C I$$

De acuerdo a la segunda ley de **Kirchhoff**, la tensión aplicada será igual a la suma fasorial de las tensiones parciales. Luego:

$$U = U_R + U_L + U_C \quad \text{y reemplazando nos queda:}$$

$$U = R I + j X_L I - j X_C I = I (R + j X_L - j X_C) = I [R + j (X_L - X_C)]$$

El término “ $R + j (X_L - X_C)$ ” es la impedancia equivalente entre los terminales A - B

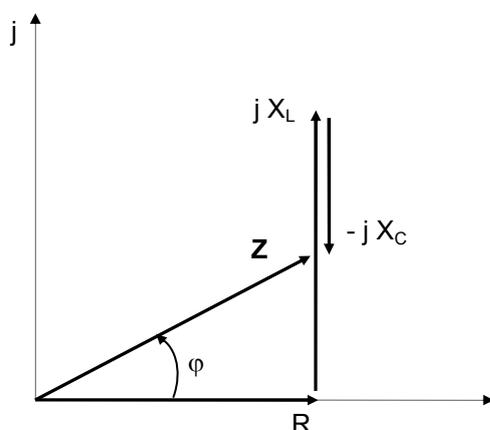
$$Z = R + j (X_L - X_C) \quad I = \frac{U}{Z}$$

Esta impedancia equivalente tiene un módulo dado por:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{y un ángulo determinado por :}$$

$$\varphi = \text{Arc tg} \left( \frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

La representación vectorial de la impedancia se puede observar en el gráfico de la figura 1.14.



De acuerdo a los valores de  $X_L$  ó  $X_C$ , la impedancia resultante tendrá características “óhmico - inductivas” u “óhmico - capacitivas”. En el gráfico se ha representado una impedancia en la que prepondera la reactancia inductiva

Figura 1.14 Diagrama vectorial de impedancias

### Resonancia serie

La impedancia de un circuito serie está dada por la siguiente expresión:

$$Z = R + j 2\pi f L - j \frac{1}{2\pi f C}$$

En esta se observa que manteniendo constantes  $R$ ,  $L$  y  $C$ , a medida que la frecuencia aumenta, la reactancia inductiva aumenta y la capacitiva disminuye, lo cual nos lleva a que partiendo de un circuito con características capacitivas, al aumentar la frecuencia pasa a tener características inductivas.

Cuando las partes reactivas toman el mismo valor, se compensan y el circuito presenta las características de una resistencia para la fuente que lo alimenta.

Por ejemplo si tenemos un circuito alimentado por una fuente a la que le podemos variar la frecuencia, vamos a tener un valor de la misma en que se cumple que  $X_L = X_C$ , o sea que:

$$2\pi f_R L = \frac{1}{2\pi f_R C}$$

Siendo  $f_R$  la frecuencia para la cual se igualan las reactancias y que llamaremos de resonancia, y cuyo valor será:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L.C}}$$

En la figura 1.15 vemos lo aquí analizado, siendo el valor de la resistencia mayor al de las reactancias cuando el circuito se hace resonante.

En este caso siendo la corriente única, las caídas de tensión en las reactancias serán menores que en la resistencia, por lo tanto no aparecerán tensiones mayores que los de la fuente, o sea:

$$U_R = R \cdot I = U_{FUENTE} \quad U_L = j X_L I \quad U_C = -j X_C I \quad U_L + U_C = 0$$

En la figura 1.16 se observan las tensiones sobre los elementos componentes de circuito.

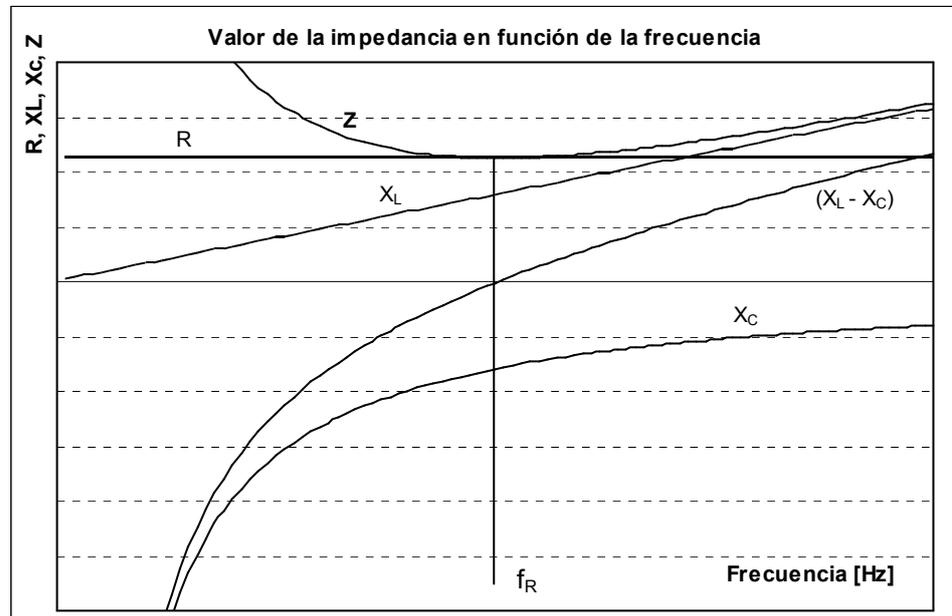


Figura 1.15 Valor de las impedancia en función de la frecuencia para  $R > X_L$  y  $X_C$  en resonancia

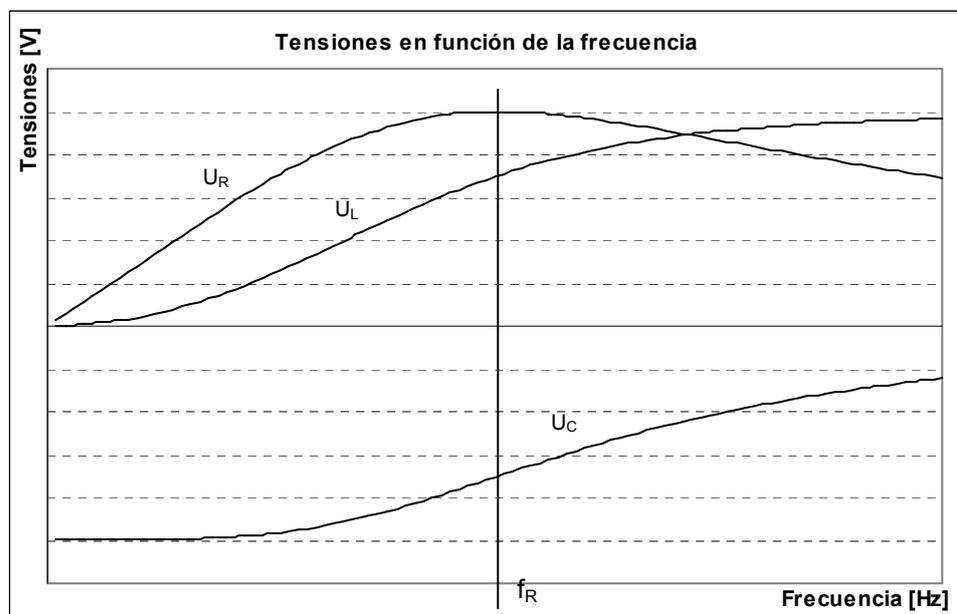


Figura 1.16 Tensiones sobre los elementos componentes del circuito, para  $R > X_L$  y  $X_C$  en resonancia

En la figura 1.17, se analiza el caso en que la resistencia es menor que las reactancias cuando el circuito es resonante, y en la figura 1.18 las tensiones que aparecen sobre los elementos.

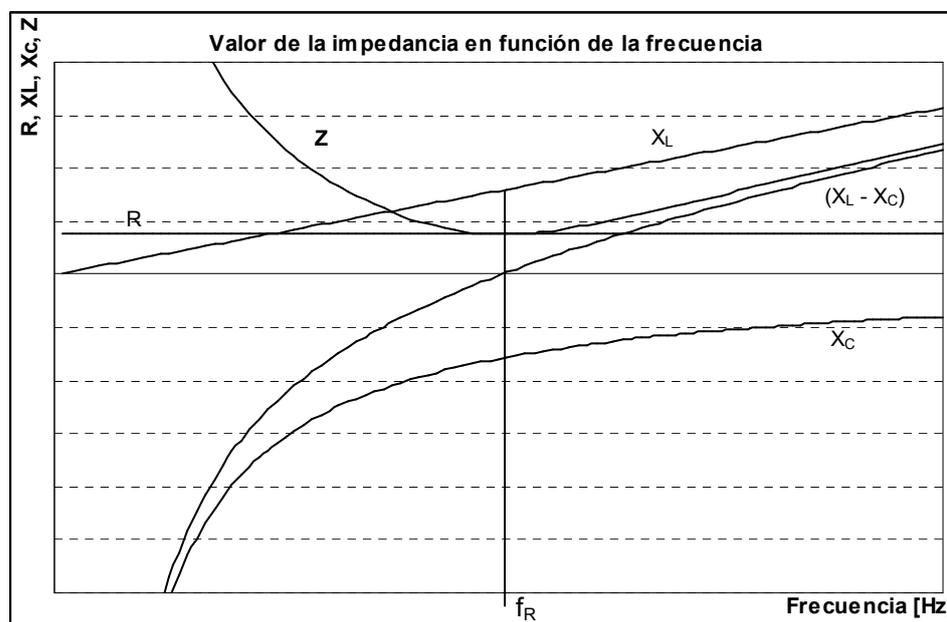


Figura 1.17 Valor de las impedancia en función de la frecuencia para  $R < X_L$  y  $X_C$  en resonancia

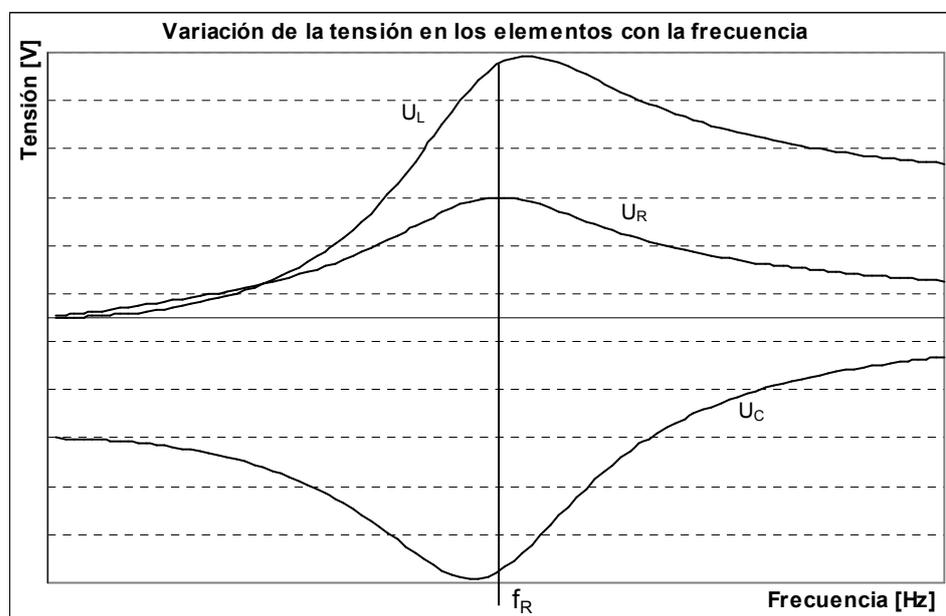


Figura 1.18 Tensiones sobre los elementos componentes del circuito, para  $R < X_L$  y  $X_C$  en resonancia

En este caso aparecen sobre tensiones sobre los elementos reactivos, pudiendo ser mayor en la reactancia inductiva o capacitiva de acuerdo al valor que tome la frecuencia

### 1.5.2 Conexión en paralelo de resistor, inductor y capacitor

En este tipo de conexión todos los elementos reciben la misma tensión según se observa en la figura 1.19.

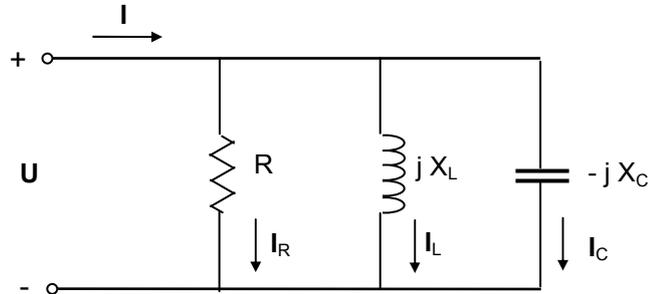


Figura 1.19 Impedancias conectadas en paralelo

Las corrientes que circularán por cada elemento tendrán los siguientes valores:

$$I_R = \frac{U}{R} \quad I_L = \frac{U}{jX_L} \quad I_C = \frac{U}{-jX_C}$$

La corriente total está dada por la suma fasorial de las corrientes en cada elemento:

$$I = I_R + I_L + I_C \quad \text{Que reemplazando sus valores nos queda:}$$

$$I = \frac{U}{R} + \frac{U}{jX_L} + \frac{U}{-jX_C} = U \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} \right)$$

$$I = U (G - jB_L + jB_C)$$

Siendo la admitancia del circuito:

$$Y = G - jB_L + jB_C \quad (\text{Inversa de la impedancia equivalente})$$

Si llamamos :  $\frac{1}{R} = G$  Conductancia [Siemens]

$$\frac{1}{jX_L} = -jB_L \quad \text{Susceptancia inductiva [Siemens]}$$

$$\frac{1}{-jX_C} = jB_C \quad \text{Susceptancia capacitiva [Siemens]}$$

$$I = U \cdot Y$$

Su representación gráfica es la de la figura 1.20.

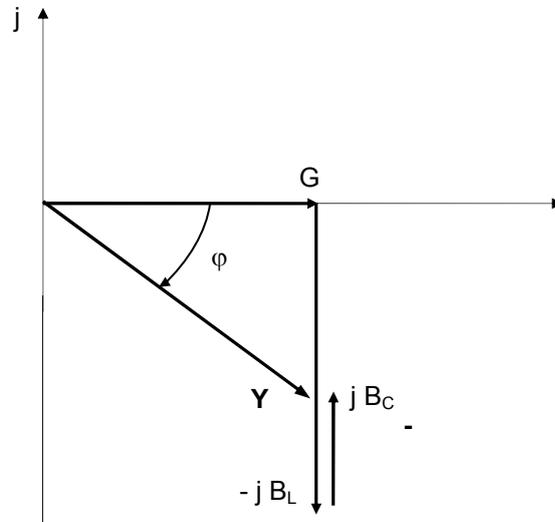


Figura 1.20 Diagrama vectorial de admitancias

Donde :

$$|Y| = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$$

$$\varphi = \text{Arc tg} \frac{(B_C - B_L)}{G}$$

### Resonancia paralelo

En forma análoga al estudio de un circuito serie, en paralelo tenemos:

$$Y = G + j2\pi f C - j \frac{1}{2\pi f L}$$

Las partes reactivas se igualan para una frecuencia

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Por lo tanto se puede realizar el mismo análisis que para el circuito serie, trabajando con las admitancias, tal cual se observa en las figuras 1.21.

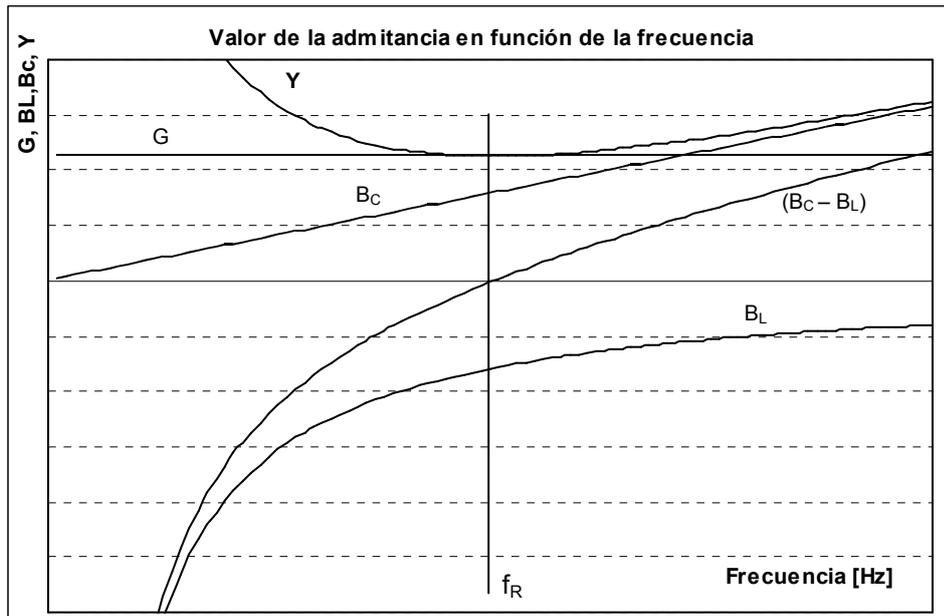
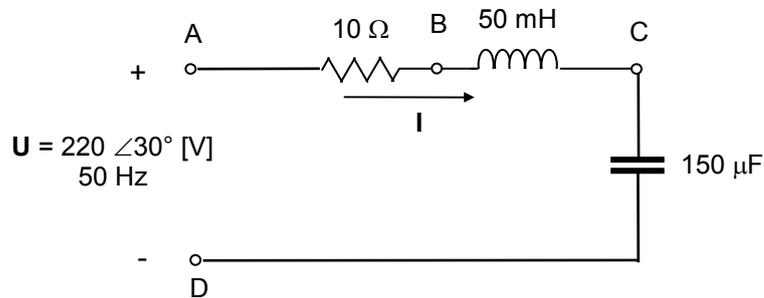


Figura 1.21 Valor de la admitancia en función de la frecuencia

**Ejercicio N° 1:** Para el circuito de la figura hallar el valor de la corriente, las tensiones y dibujar el fasorial correspondiente.



$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,71 \Omega$$

$$X_C = 1/\omega C = 10^6/2\pi \cdot 50 \cdot 150 = 21,22 \Omega$$

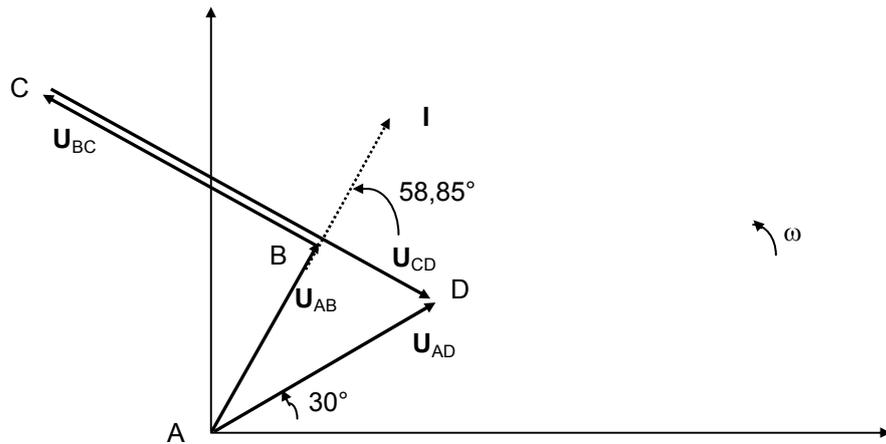
$$Z = R + jX_L - jX_C = 10 + j15,71 - j21,22 = 10 - j5,51 = 11,42 \angle -28,85 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220 \angle 30^\circ}{11,42 \angle -28,85^\circ} = 19,26 \angle 58,85^\circ \quad [A]$$

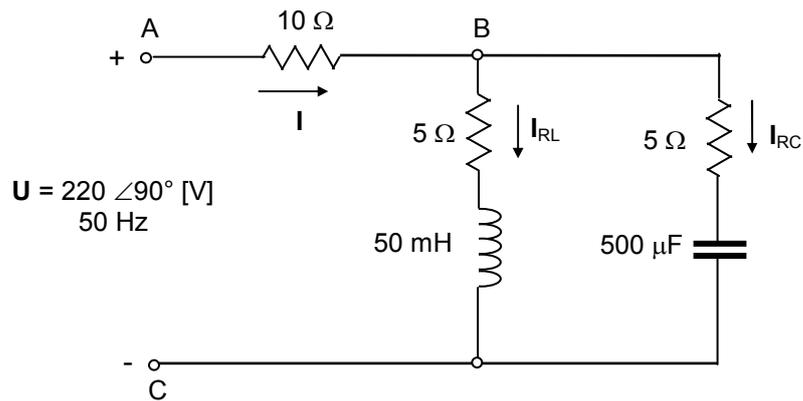
$$U_{AB} = R \cdot I = 10 \cdot 19,26 \angle 58,85^\circ = 192,6 \angle 58,85^\circ \quad [V]$$

$$U_{BC} = jX_L \cdot I = 15,71 \angle 90^\circ \cdot 19,26 \angle 58,85^\circ = 302,57 \angle 148,85^\circ \quad [V]$$

$$U_{CD} = -jX_C \cdot I = 21,12 \angle -90^\circ \cdot 19,26 \angle 58,85^\circ = 408,7 \angle -31,15^\circ \quad [V]$$



**Ejercicio N° 2:** Para el circuito de la figura hallar el valor de las corrientes y tensiones y dibujar el fasorial correspondiente



$$X_L = \omega L = 2\pi 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,7 \Omega$$

$$X_C = 1/\omega C = 10^6/2\pi 500 = 6,37 \Omega$$

$$Z_{RC} = 5 - j 6,37 = 8,1 \angle - 51,87^\circ \Omega$$

$$Y_{RC} = 1/Z_{RC} = 0,123 \angle 51,87^\circ S$$

$$Z_{RL} = 5 + j 15,7 = 16,48 \angle 72,33^\circ \Omega$$

$$Y_{RL} = 1/Z_{RL} = 0,061 \angle - 72,33^\circ S$$

$$Y_{BC} = Y_{RC} + Y_{RL} = 0,076 + j 0,097 + 0,019 - j 0,058 = 0,095 + j 0,039$$

$$Y_{BC} = 0,103 \angle 22,32^\circ S$$

$$Z_{BC} = 1/Y_{BC} = 9,71 \angle - 22,32^\circ \Omega$$

$$Z = 10 \angle 0^\circ + 9,71 \angle - 22,32^\circ = 10 + 8,98 - j 3,69 = 18,98 - j 3,69$$

$$Z = 19,34 \angle - 11^\circ \Omega$$

$$I = U/Z = 220 \angle 90 / 19,34 \angle - 11^\circ = 11,38 \angle 101^\circ A$$

$$U_{BC} = I \cdot Z_{BC} = 11,38 \angle 101^\circ \cdot 9,71 \angle - 22,32^\circ = 110,5 \angle 78,68^\circ V$$

$$I_{RL} = U_{BC} \cdot Y_{RL} = 110,5 \angle 78,68^\circ \cdot 0,061 \angle -72,33^\circ = 6,74 \angle 6,35^\circ \text{ A}$$

$$I_{RC} = U_{BC} \cdot Y_{RC} = 110,5 \angle 78,68^\circ \cdot 0,123 \angle 51,87^\circ = 13,59 \angle 130,55^\circ \text{ A}$$

$$U_{AB} = 10 \angle 0^\circ \cdot 11,38 \angle 101^\circ = 113,8 \angle 101^\circ \text{ V}$$

