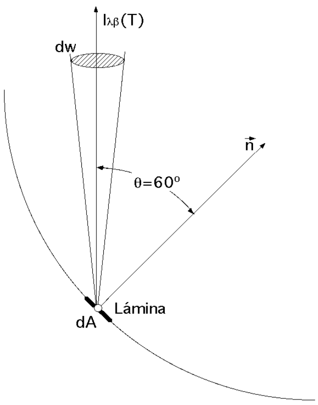
VII.1.- Una lámina de área dA =2 m² está colocada sobre una cavidad esférica que se encuentra a 800°K. Determinar:

a) La energía radiativa que atraviesa la lámina

b) La energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.



RESOLUCIÓN

a) Energía radiativa que atraviesa la lámina.- La radiación se puede aproximar a la emitida por un cuerpo negro a 800ºK

$$Q = \sigma \, dA \, T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \, \frac{W}{m^2 \, ºK^4} \, 2.10^{-4} \, m^2 \, 800^4 \, ºK^4 = 4{,}64 \, W$$

b) Energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.

$$Q = I_b(T) \, dA \cos\theta = \left| E_b = \sigma T^4 = \pi \, I_b(T) \right| = \frac{\sigma T^4}{\pi} \, dA \cos\theta =$$

$$= \frac{5{,}67.10^{-8} \times 800^4 \, (ºK^4)}{\pi} \times 2.10^{-4} \, (m^2) \cos 60º = 0{,}74 \, W$$

****

VII.2.- Si se supone que el Sol se comporta como un cuerpo negro a 6000ºK ¿Cuál será la longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática?

¿Cuál será la energía de esta fuente a 6000ºK que se corresponde con el espectro visible 0,38 μm < λ < 0,76 μm?

RESOLUCIÓN

Longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática.- El valor de (λT) en que se da la máxima potencia emisiva monocromática es (Ley de Wien, 2897,6 μmºK), luego la longitud de onda deseada es:

$$\lambda = \frac{2897{,}6 \; \mu m.ºK}{6000 \; ºK} = 0{,}483 \; \mu m$$

Energía de esta fuente a 6000ºK que se corresponde con el espectro visible 0,38 μm < λ < 0,76 μm.- De la Tabla de funciones de radiación se obtiene:

$$\text{Fracción de energía entre 0 y } (\lambda T) = 0{,}76 \times 6000 = 4560 \; \mu m.ºK \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} 4400 \rightarrow 0{,}548830 \\ 4600 \rightarrow 0{,}579316 \\ 4560 \rightarrow 0{,}571600 \end{array} \right| = \boxed{57{,}16\%}$$

$$\text{Fracción de energía entre 0 y } (\lambda T) = 0{,}38 \times 6000 = 2280 \; \mu m.ºK \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} 2200 \rightarrow 0{,}100897 \\ 2400 \rightarrow 0{,}140268 \\ 2280 \rightarrow 0{,}116645 \end{array} \right| = \boxed{11{,}66\%}$$

La fracción de energía en el espectro visible será la diferencia: 57,16 - 11,66 = $\boxed{45{,}5\%}$

****

VII.3.- La emisión de la radiación desde una superficie se puede aproximar por la radiación de un cuerpo negro a T=1000°K

Determinar:

a) La fracción de la energía total emitida por debajo de λ = 5 μm

b) ¿Cuál es la longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K?

c) ¿Cuál es la longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K?

RESOLUCIÓN

a) Fracción de la energía total emitida por debajo de λ=5 μm.- De la Tabla de Funciones de radiación para:

λ T = 5 x 1000 = 5000, se obtiene:

$$f_{(0\to\lambda T)} = \frac{E_b\,(0\to\lambda_1 T)}{\sigma\,T^4} = 0{,}6337 \Rightarrow$$ que el 63,37% de la emisión total sucede por debajo de ($\lambda = 5$ µm)

$$E_b\,(0\to\lambda_1 T) = 0{,}6337\;\sigma T^4 = 0{,}6337 \times 5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2\,{}^oK^4} \times (1000)^4\;{}^oK^4 = 35.935\,\frac{W}{m^2}$$

b) Longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K

Para: $f_{(0\to\lambda T)} = \dfrac{E_b\,(0\to\lambda_1 T) - E_b\,(0\to\lambda_2 T)}{\sigma\,T^4} = 0{,}105$

$$0{,}6337 - \frac{E_b\,(0\to\lambda_2 T)}{\sigma\,T^4} = 0{,}105 \quad ; \quad \frac{E_b\,(0\to\lambda_2 T)}{\sigma\,T^4} = 0{,}5287 \Rightarrow \lambda\,T\,(m.{}^oK.1\,0^3) = 4{,}2777$$

$$\lambda = \frac{4{,}2777}{1000 \times 10^3} = 4{,}27 \times 10^{-6}\,m = 4{,}27\;\mu m$$

c) Longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K

La ley de Desplazamiento de Wien es: $\lambda_{máx}\,T = 0{,}0028976$ m°K

Para T = 1000°K, se tiene: $\lambda_{máx} = \dfrac{0{,}0028976\ m^oK}{1000^oK} = 2{,}898.10^{-6}\ m = 2{,}898\ \mu m$

****

VII.4.- Una pequeña superficie de área A=5 cm² está sometida a una radiación de intensidad constante, I=1,8 x 10⁴ W/m².st sobre el ángulo sólido subtendido por 0 < φ < 2π y 0 < Φ < π/6. Calcular la radiación incidente sobre la superficie.

RESOLUCIÓN

La radiación incidente sobre la superficie a través del ángulo sólido ($dw = \text{sen}\,\Phi\,d\Phi\,d\varphi$), viene dada por:

$q_i = A\,I\cos\Phi\,\text{sen}\,\Phi\,d\Phi\,d\varphi$

La energía total incidente Q_i sobre la superficie viene determinada por integración entre los ángulos Φ y φ:

$$Q_i = A\,I\int_0^{\pi/6}\cos\Phi\;\text{sen}\,\Phi\;d\Phi\int_0^{2\pi}d\varphi = ... = \frac{\pi}{4}\,A\,I = \frac{\pi}{4}\,(5.10^{-4})\,(1{,}8.10^4) = 7{,}07\ W$$

****

VII.5.- Una superficie es irradiada uniformemente en todas direcciones en el espacio hemisférico; la distribución espectral de la intensidad de la radiación incidente es:

$0 < \lambda \le 1\ \mu m \Rightarrow I_\lambda^i = 0$

$1 < \lambda \le 2\ \mu m \Rightarrow I_\lambda^i = 2000\ W/m^2\mu m$

$2 < \lambda \le 4\ \mu m \Rightarrow I_\lambda^i = 8000\ W/m^2\mu m$

$4 < \lambda \le 8\ \mu m \Rightarrow I_\lambda^i = 4000\ W/m^2\mu m$

$\lambda \ge 8\ \mu m \Rightarrow I_\lambda^i = 0$

Calcular el flujo de radiación incidente sobre la superficie

RESOLUCIÓN

Puesto que la intensidad de la radiación incidente es independiente de la dirección, el flujo q_i de la radiación inciden-te se calcula en la forma:

$$q_i = \pi\int_{\lambda=0}^{\infty} I_\lambda^i\,d\lambda\,(\frac{W}{m^2}) = \pi\,(\int_1^2 2000\,d\lambda + \int_2^4 8000\,d\lambda + \int_4^8 4000\,d\lambda) =$$

$$= \pi\,[2000 \times (2-1) + 8000 \times (4-2) + 4000 \times (8-4)] = 34\,\pi\,(\frac{W}{m^2})$$

****

V.6.- Una superficie de A = 2 cm² emite radiación como un cuerpo negro a T = 1000°K.

a) Calcular la radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por 0< φ <2π y 0 < Φ < π/6

b) ¿Qué fracción de la energía emitida se corresponde con el espacio hemisférico entero?

RESOLUCIÓN

a) Radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por $0< \varphi <2\pi$ y $0 < \Phi < \pi/6$.- La radiación emitida por una superficie A a través de un ángulo sólido dw, de la forma:

$dw = \text{sen}\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$

en cualquier dirección, es: $q = A\ I_b(T) \cos \Phi\ \text{sen}\ \Phi\ d\Phi\ d\varphi$

La energía en el ángulo sólido subtendido por los ángulos $\{0 \le \varphi \le 2\pi\}$ y $\{0 \le \Phi \le \pi/6\}$ es:

$$Q = A\ I_b\ (T) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/6} \cos \Phi\ \text{sen}\ \Phi\ d\Phi = ... = \frac{\pi}{4} A\ I_b\ (T) = \frac{A\ \sigma\ T^4}{4} = \frac{2.10^{-4} \times 5{,}67.10^{-8} \times 1000^4}{4} = 2{,}835\ W$$

b) Fracción de la energía emitida que se corresponde con el espacio hemisférico

$Q_0 = A\ \sigma\ T^4 = A\ \pi\ I_b(T)$

luego el porcentaje de la energía total emitida dentro del ángulo sólido considerado es:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\dfrac{A\ \sigma\ T^4}{4}}{A\ \sigma\ T^4} = \frac{1}{4} \Rightarrow 25\%$$

****

VII.7.- La transmisividad espectral de un vidrio plano para la radiación solar incidente, es aproximadamente la siguiente:

$\tau_1 = 0$ para $\lambda_0 = 0 \div \lambda_2 \le 0{,}4\ \mu m$

$\tau_2 = 0{,}8$ para $\lambda_1 = 0{,}4 \div \lambda_2 \le 3{,}0\ \mu m$

$\tau_3 = 0$ para $\lambda_2 = 3{,}0 \div \lambda_3 \rightarrow \infty$

Calcular la transmisividad del cristal a todas las longitudes de onda

---

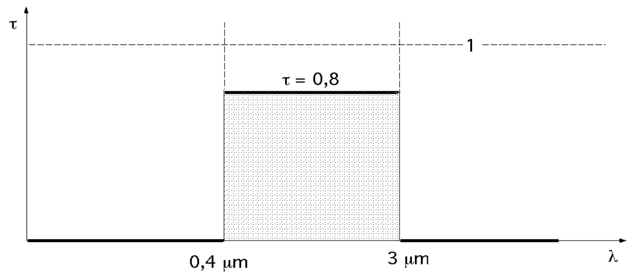
RESOLUCIÓN

Suponiendo que la temperatura del Sol en su superficie es de 5.760ºK, y que la radiación incidente es una radiación que procede de un cuerpo negro, la transmisividad se puede poner en la forma:

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda\ E_{b\lambda}\ (T)\ d\lambda}{E_b\ (T)} = \tau_1 \int_0^{\lambda_1} \frac{E_{b\lambda}\ (T)\ d\lambda}{E_b\ (T)} + \tau_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{E_{b\lambda}\ (T)\ d\lambda}{E_b\ (T)} + \tau_3 \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} \frac{E_{b\lambda}\ (T)\ d\lambda}{E_b\ (T)} =$$

$$= \left|\ \tau_1 = \tau_2 = 0\ \right| = \tau_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{E_{b\lambda}\ (T)\ d\lambda}{E_b\ (T)} = \tau_2\ \{f_{0-\lambda_2} - f_{0-\lambda_1}\}$$

Para 5760ºK se tiene: $\left| \begin{array}{l} \lambda_1\ T = 0{,}4 \times (\dfrac{5760ºK}{1000}) = 2{,}304 \rightarrow f_{0-\lambda_1} = 0{,}125 \\ \lambda_2\ T = 3{,}0 \times (\dfrac{5760ºK}{1000}) = 17{,}280 \rightarrow f_{0-\lambda_2} = 0{,}977 \end{array} \right| = 0{,}8\ (0{,}977 - 0{,}125) = 0{,}68$



****

VII.8.- La emisividad hemisférica del ladrillo a T = 750ºK es función de la longitud de onda, como se indica a continuación:

$\varepsilon_1 = 0{,}1$ para $(\lambda_0 = 0 \div \lambda_1 \le 2)\ \mu m$

$\varepsilon_2 = 0{,}6$ para $(\lambda_1 = 2 \div \lambda_2 \le 14)\ \mu m$

$\varepsilon_3 = 0{,}8$ para $(\lambda_2 = 14 \div \lambda_3 \rightarrow \infty)\ \mu m$

Calcular la emisividad hemisférica ε sobre todas las longitudes de onda.

RESOLUCIÓN

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda \, E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} = \varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} \frac{E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} + \varepsilon_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} + \varepsilon_3 \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} \frac{E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} =$$

$$= \varepsilon_1\, f_{0\text{-}\lambda_1} + \varepsilon_2 \{f_{0\text{-}\lambda_2} - f_{0\text{-}\lambda_1}\} + \varepsilon_3 \{f_{0\text{-}\infty} - f_{0\text{-}\lambda_2}\}$$

Los valores de $f_{0-\lambda}$ son: $\begin{cases} \lambda_1 T = 2 \times 750 = 1500 \Rightarrow f_{0\text{-}\lambda_1} = 0{,}013 \\ \lambda_2 T = 14 \times 750 = 10500 \Rightarrow f_{0\text{-}\lambda_2} = 0{,}924 \\ \lambda_3 T \to \infty \Rightarrow f_{0\text{-}\infty} = 1 \end{cases}$

$$\varepsilon = (0{,}1 \times 0{,}013) + 0{,}6 \times \{0{,}924 - 0{,}013\} + 0{,}8 \times \{1 - 0{,}924\} = 0{,}609$$

****

VII.9.- El filamento de una bombilla se puede considerar como un cuerpo negro a la temperatura T= 2400°K. Si el cristal de la bombilla tiene una transmisividad de τ= 0,90 para la radiación emitida por el filamento en el espectro visible, calcular el % de la energía total emitida por el filamento, que llega a alcanzar el medio ambiente como luz visible.

RESOLUCIÓN

El espectro visible está comprendido entre λ_1= 0,38 μm y λ_2 = 0,76 μm.

La fracción F de la energía total emitida por el filamento, que alcanza el ambiente como luz, es:

$$F = \tau \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} = \tau \int_0^{\lambda_2} \frac{E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} - \tau \int_0^{\lambda_1} \frac{E_{b\lambda}(T)\, d\lambda}{E_b(T)} = \tau\, (f_{0\to\lambda_2} - f_{0\to\lambda_1})$$

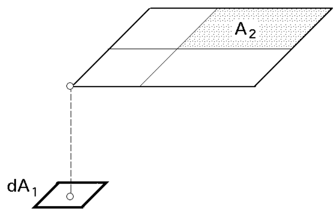
en la que τ es la transmisividad del cristal de la bombilla

$$\begin{Bmatrix} \text{Para } (\lambda_1 T) = \dfrac{0{,}38 \times 2400}{1000} = 0{,}912 \Rightarrow f_{0\to\lambda_1} = 0{,}0002 \\ \text{Para } (\lambda_2 T) = \dfrac{0{,}76 \times 2400}{1000} = 1{,}824 \Rightarrow f_{0\to\lambda_2} = 0{,}0436 \end{Bmatrix} \Rightarrow F = 0{,}9 \times (0{,}0436 - 0{,}0002) = 0{,}039$$

es decir, sólo el 3,9% de la energía total entra en el ambiente como luz; el resto de la energía produce calentamiento

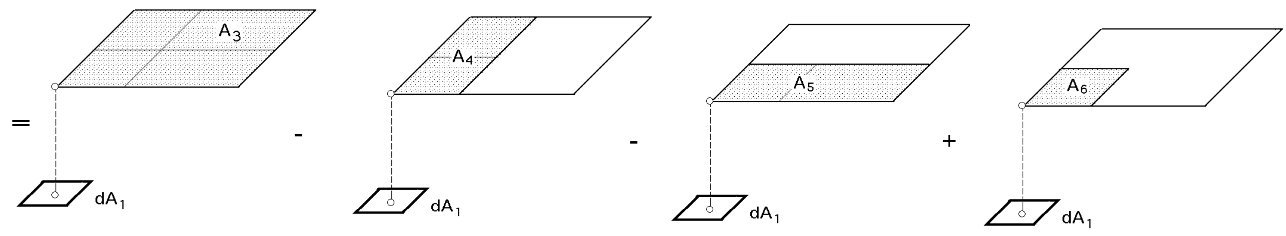
****

VII.10.- Hallar el factor de forma $F_{dA1\text{-}A2}$



RESOLUCIÓN

El área A_2 se puede expresar como la suma algebraica de cuatro áreas. A_3, A_4, A_5 y A_6, siendo:



$A_2 = A_3 - A_4 - A_5 + A_6$

por lo que: $F_{dA_1\to A_2} = F_{dA_1\to A_3} - F_{dA_1\to A_4} - F_{dA_1\to A_5} + F_{dA_1\to A_6}$

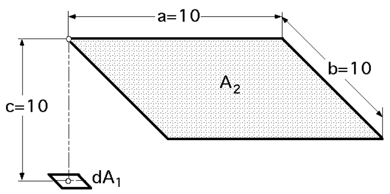
Cada factor de forma se obtiene tomando los datos de la gráfica correspondiente, ya que el vértice por el que pasa la perpendicular a dA_1 es común a todas ellas

****

VII.11.- Determinar el factor de forma de una superficie elemental $dA_1 = 2\ cm^2$ respecto a una superficie A_2 de sección cuadrada de 10 cm de lado; la separación entre las superficies es de 10 cm.

RESOLUCIÓN

dA_1 se puede considerar como supercicie elemental si: $\dfrac{dA_1}{c^2} = \dfrac{2}{10^2} << 1$



Factor de forma: $X = \dfrac{a}{c} = \dfrac{10}{10} = 1\ ;\ Y = \dfrac{b}{c} = \dfrac{10}{10} = 1$

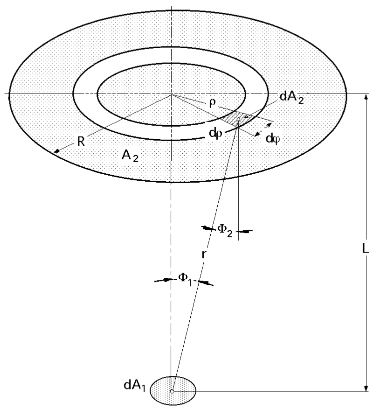
$$F_{dA_1 \rightarrow A_2} = \frac{1}{2\pi} \{\frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \text{ arc tg } \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} + \frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}} \text{ arc tg } \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}}\} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} (\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ arc tg } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ arc tg } \frac{1}{\sqrt{2}}) = 0{,}1385$$

$$A_2\ F_{A_2 \rightarrow dA_1} = dA_1\ F_{dA_1 \rightarrow A_1}\ ;\ F_{A_2 \rightarrow dA_1} = \frac{dA_1\ F_{dA_1 \rightarrow A_1}}{A_2} = \frac{2 \times 0{,}1385}{10^2} = 0{,}277.10^{-2}$$

****

VII.12.- Determinar el factor de visión desde un elemento de superficie dA_1 respecto a un disco circular A_2 de radio R, paralelos entre sí y situados a una distancia L.



RESOLUCIÓN

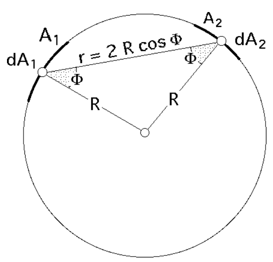
El factor de forma es: $F_{dA_1 \rightarrow A_2} = \displaystyle\int_{A_2} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{\pi r^2}\, dA_2 =$

$$= \left| \begin{array}{l} dA_2 = \rho\ d\varphi\ d\rho\ \ ;\ \ r^2 = \rho^2 + L^2\ \ ;\ \ \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi \\ \cos \Phi_1 = \cos \Phi_2 = \cos \Phi = \dfrac{L}{r} = \dfrac{L}{\sqrt{\rho^2 + L^2}} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{\rho=0}^{R} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{L^2}{(\rho^2 + L^2)^2}\, \rho\ d\rho\ d\varphi = \frac{R^2}{R^2 + L^2}$$

****

VII.13.- Determinar el factor de visión entre dos superficies A_1 y A_2 sobre una esfera tal como se indica en la figura.

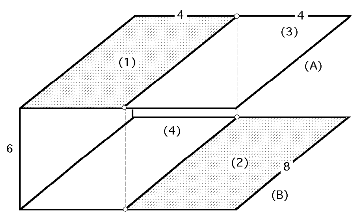


RESOLUCIÓN

$$F_{A_1 \rightarrow A_2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos \Phi_1 \cos \Phi_2}{\pi r^2}\, dA_1\, dA_2 =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi \\ r = 2 R \cos \Phi \end{array} \right| = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos^2 \Phi\, dA_1\, dA_2}{\pi r^2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{dA_1\, dA_2}{4 \pi R^2} = \frac{A_2}{4 \pi R^2}$$

****



VII.14.- Determinar el factor de forma F_{12} de la configuración que se presenta:

RESOLUCIÓN

$$A\ F_{AB} = A_1\ F_{1B} + A_3\ F_{3B} = A_1\ F_{14} + A_1\ F_{12} + A_3\ F_{34} + A_3\ F_{32} =$$

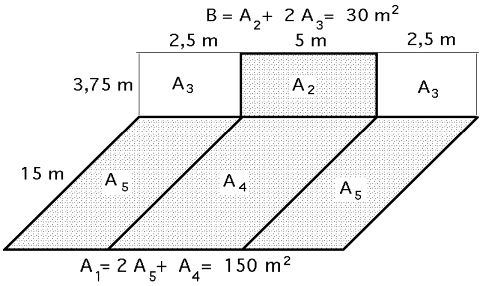
$$= 2\ A_1\ F_{14} + 2\ A_1\ F_{12}$$

en la que al ser: $\left\{ \begin{array}{l} A_4\ F_{43} = A_3\ F_{34} = A_1\ F_{12} \\ A_3\ F_{32} = A_1\ F_{14} \end{array} \right.$

con: $A = 2\ A_1 \ \Rightarrow\ F_{AB} = F_{14} + F_{12} \ \Rightarrow\ F_{12} = F_{AB} - F_{14}$

$$F_{12} = F_{AB} - F_{14} = \left| \left\{ F_{AB} = \left\{ \begin{matrix} \frac{h}{D} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \\ \frac{L}{D} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \end{matrix} \right\} = 0{,}28 \right\} \ ; \ \left\{ F_{14} = \left\{ \begin{matrix} \frac{h}{D} = \frac{4}{6} = 0{,}67 \\ \frac{L}{D} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \end{matrix} \right\} = 0{,}18 \right\} \right| = 0{,}10$$

****



VII.15.- Determinar el factor de forma F_{12} de la configuración indicada

RESOLUCIÓN

$$A_1 F_{12} = A_4 F_{42} + 2 A_5 F_{52}$$

$$A_{45} F_{45\text{-}32} = A_4 F_{42} + A_4 F_{43} + A_5 F_{52} + A_5 F_{53} =$$

$$= \left| A_5 F_{52} = A_4 F_{43} \right| = A_4 F_{42} + 2\ A_5 F_{52} + A_5 F_{53} \ \Rightarrow$$

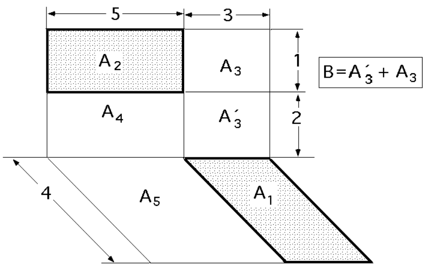
$$\Rightarrow\ 2\ A_5\ F_{52} = A_{45}\ F_{45\text{-}32} - A_4\ F_{42} - A_5\ F_{53}$$

El $A_{45\text{-}32}$ es directo

$$A_1\ F_{12} = A_4\ F_{42} + A_{45}\ F_{45\text{-}32} - A_4\ F_{42} - A_5\ F_{53} = A_{45}\ F_{45\text{-}32} - A_5\ F_{53} \ \Rightarrow\ F_{12} = \frac{A_{45}\ F_{45\text{-}32} - A_5\ F_{53}}{A_1}$$

$$F_{12} = \left| \begin{matrix} F_{45\text{-}32} = \left\{ \frac{a}{b} = \frac{3{,}75}{7{,}5} = 0{,}5 \ ; \ \frac{c}{b} = \frac{15}{7{,}5} = 2 \right\} = 0{,}077 \\ F_{53} = \left\{ \frac{a}{b} = \frac{3{,}75}{2{,}5} = 1{,}5 \ ; \ \frac{c}{b} = \frac{15}{2{,}5} = 6 \right\} = 0{,}05 \end{matrix} \right| = \frac{(7{,}5 \times 15)\ 0{,}077 - (2{,}5 \times 15)\ 0{,}05}{150} = 0{,}04525$$

****



VII.16.- Determinar el factor de forma F_{12} de la configuración indicada:

RESOLUCIÓN

$$\left. \begin{matrix} A_1\ F_{1\text{-}42} = A_5\ F_{5\text{-}B} \\ A_1\ F_{1\text{-}42} = A_1\ F_{1\text{-}2} + A_1\ F_{1\text{-}4} \end{matrix} \right\} \ \Rightarrow\ A_1\ F_{1\text{-}2} = A_5\ F_{5\text{-}B} - A_1\ F_{1\text{-}4}$$

$$A_{5\text{-}1}\ F_{51\text{--}24B} = A_5\ F_{5\text{-}42} + A_5\ F_{5\text{-}B} + A_1\ F_{1\text{-}42} + A_1\ F_{1\text{-}B} = A_5\ F_{5\text{-}42} + 2 A_5\ F_{5\text{-}B} + A_1\ F_{1\text{-}B}$$

$$A_5\ F_{5\text{-}B} = \frac{A_{5\text{-}1}\ F_{51\text{--}24B} - A_5\ F_{5\text{-}42} - A_1\ F_{1\text{-}B}}{2}$$

$$A_5\ F_{5\text{-}3'} = A_1\ F_{1\text{-}4}$$

$$A_{5\text{-}1}\ F_{51\text{--}43'} = A_5\ F_{5\text{-}4} + A_5\ F_{5\text{-}3'} + A_1\ F_{1\text{-}4} + A_1\ F_{1\text{-}3'} = A_5\ F_{5\text{-}4} + 2\ A_5\ F_{5\text{-}3'} + A_1\ F_{1\text{-}3'}$$

$$A_5\ F_{5\text{-}3'} = \frac{A_{5\text{-}1}\ F_{51\text{--}43'} - A_5\ F_{5\text{-}4} - A_1\ F_{1\text{-}3'}}{2} = A_1\ F_{1\text{-}4}$$

$$A_{51}\ F_{51\text{--}24B} = \left\{ \begin{matrix} X = \frac{a}{b} = \frac{3}{8} = 0{,}375 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{8} = 0{,}5 \end{matrix} \ \Rightarrow\ F_{51\text{--}24B} = 0{,}2 \right\} = 32 \times 0{,}2 = 6{,}4$$

$$A_5\ F_{5\text{-}24} = \left\{ \begin{matrix} X = \frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0{,}6 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \end{matrix} \ \Rightarrow\ F_{5\text{-}24} = 0{,}19 \right\} = 20 \times 0{,}19 = 3{,}8$$

$$A_1\ F_{1\text{-}3} = \left\{ \begin{matrix} X = \frac{a}{b} = \frac{3}{3} = 1 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{3} = 1{,}33 \end{matrix} \ \Rightarrow\ F_{1\text{-}3} = 0{,}17 \right\} = 12 \times 0{,}17 = 2{,}04$$

$$A_{51}\ F_{15\text{--}43'} = \left\{ \begin{matrix} X = \frac{a}{b} = \frac{2}{8} = 0{,}25 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{8} = 0{,}5 \end{matrix} \ \Rightarrow\ F_{15\text{--}43'} = 0{,}16 \right\} = 32 \times 0{,}16 = 5{,}12$$

$$A_5\ F_{5\text{-}4} = \left\{ \begin{array}{l} X = \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4 \\ Y = \dfrac{c}{b} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8 \end{array} \right\} \Rightarrow F_{5\text{-}4} = 0{,}165 \Bigg\} = 20 \times 0{,}165 = 3{,}3$$

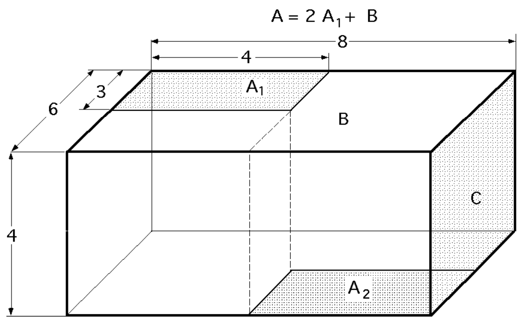
$$A_1\ F_{1\text{-}3'} = \left\{ \begin{array}{l} X = \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{3} = 0{,}66 \\ Y = \dfrac{c}{b} = \dfrac{4}{3} = 1{,}33 \end{array} \right\} \Rightarrow F_{1\text{-}3'} = 0{,}16 \Bigg\} = 12 \times 0{,}16 = 1{,}92$$

$$A_5\ F_{5\text{-}B} = \frac{A_{5\text{-}1}\ F_{51\text{--}24B} - A_5\ F_{5\text{-}42} - A_1\ F_{1\text{-}B}}{2} = \frac{6{,}4 - 3{,}8 - 2{,}04}{2} = 0{,}28$$

$$A_1\ F_{14} = \frac{5{,}12 - 3{,}4 - 1{,}92}{2} = 5{,}22 \Rightarrow F_{14} = \frac{5{,}12 - 3{,}4 - 1{,}92}{2 \times 6} = 0{,}435$$

$$A_1\ F_{12} = A_5\ F_{5B} - A_1\ F_{14} = (20 \times 0{,}28) - (12 \times 0{,}435) = 0{,}38 \Rightarrow F_{12} = \frac{0{,}38}{A_1} = \frac{0{,}38}{12} = 0{,}03$$

****



VII.17.- Un local comercial de dimensiones en planta (8 x 6) m² y altura 4 m, tiene una fachada de cristal de (6 x 4) m².

Hallar el factor de forma entre:

a) La fracción A_1 del techo de (3 x 4) m² y la cristalera C.

b) La fracción A_1 del techo de (3 x 4) m² y la fracción del suelo A_2 = (3 x 4) m².

RESOLUCIÓN

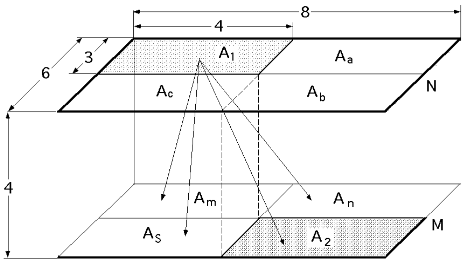
a) Factor de forma entre la fracción A_1 del techo de (3 x 4) m² y la cristalera C.

$$A\ F_{AC} = 2\ A_1\ F_{A1\text{-}C} + B\ F_{BC}$$

$$F_{A_1\text{-}C} = \frac{A\ F_{AC} - B\ F_{BC}}{2\ A_1} = \frac{48\ F_{AC} - 24\ F_{BC}}{2 \times 12} = 2\ F_{AC} - F_{BC} =$$

$$= \left| \left\{ F_{AC} = \left\{ \begin{array}{l} a/b = 4/6 = 0{,}67 \\ c/b = 8/6 = 1{,}33 \end{array} \right\} = 0{,}14 \right\} ;\ \left\{ F_{BC} = \left\{ \begin{array}{l} a/b = 4/6 = 0{,}67 \\ c/b = 4/6 = 0{,}67 \end{array} \right\} = 0{,}22 \right\} \right| = (2 \times 0{,}14) - 0{,}22 = 0{,}06$$

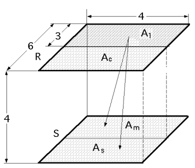
b) Factor de forma entre la fracción A_1 del techo de (3 x 4) m² y la fracción del suelo(A_2 = 3 x 4 m².



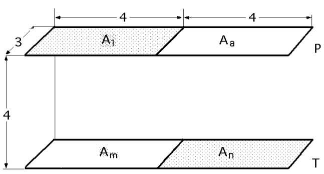
$$A_N\ F_{NM} = A_1\ F_{1m} + A_1\ F_{1n} + A_1\ F_{1s} + A_1\ F_{12} + A_a\ F_{am} + A_a\ F_{an} + A_a\ F_{as} + A_a\ F_{a2} +$$

$$+ A_c\ F_{cm} + A_c\ F_{cn} + A_c\ F_{cs} + A_c\ F_{c2} + A_b\ F_{bm} + A_b\ F_{bn} + A_b\ F_{bs} + A_b\ F_{b2} =$$

$$= 4\ A_1 F_{1m} + 4\ A_1 F_{1s} + 4\ A_1 F_{1n} + 4\ A_1 F_{12} = 4\ A_1 F_{NM} \Rightarrow F_{12} = F_{NM} - F_{1m} - F_{1s} - F_{1n}$$



$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R\ F_{RS} = 2\ A_1\ F_{1s} + 2\ A_c\ F_{cs} \\ (4 \times 6)\ F_{RS} = 2\ (4 \times 3)\ F_{1s} + 2\ (4 \times 3)\ F_{cs} \\ F_{RS} = F_{1s} + F_{cs} \Rightarrow F_{1s} = F_{RS} - F_{cs} \end{array} \right.$$



$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P\ F_{PT} = 2\ A_1\ F_{1m} + 2\ A_1\ F_{1n} \\ (3 \times 8)\ F_{PT} = 2\ (4 \times 3)\ F_{1m} + 2\ (4 \times 3)\ F_{1n} \\ F_{PT} = F_{1m} + F_{1n} \Rightarrow F_{1n} = F_{PT} - F_{1m} \end{array} \right.$$

$$F_{12} = F_{NM} - F_{CS} - F_{1s} - F_{1n} = \left| \begin{array}{l} F_{NM} = \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a}{b} = \frac{8}{4} = 2 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{6}{4} = 1{,}5 \end{array} \right\} = 0{,}36 \quad ; \quad F_{RS} = \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a}{b} = \frac{6}{4} = 1{,}50 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{4} = 1 \end{array} \right\} = 0{,}25 \\ F_{PT} = \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a}{b} = \frac{8}{4} = 2 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \end{array} \right\} = 0{,}23 \quad ; \quad F_{CS} = \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a}{b} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \\ Y = \frac{c}{b} = \frac{4}{4} = 1 \end{array} \right\} = 0{,}16 \end{array} \right| =$$

$$= \left| \begin{array}{l} F_{1s} = F_{RS} - F_{CS} = 0{,}25 - 0{,}16 = 0{,}09 \\ F_{1n} = F_{PT} - F_{CS} = 0{,}23 - 0{,}16 = 0{,}07 \end{array} \right| = 0{,}36 - 0{,}16 - 0{,}09 - 0{,}07 = 0{,}04$$

****

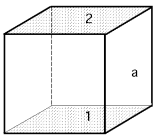
VII.18.- Determinar los factores de forma para las geometrías que se indican:

a) Desde la base de un cubo a cada una de las 5 caras restantes

b) Desde la base de un cilindro circular de radio r y longitud L, a la otra superficie paralela y a la superficie cilíndrica lateral, para r = L.

c) Entre dos superficies concéntricas esféricas A_1 y A_2.

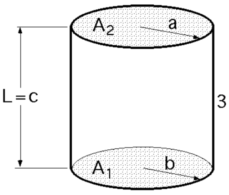
RESOLUCIÓN



a) Desde la base de un cubo a cada una de las 5 caras restantes

$$\left. \begin{array}{l} F_{11} + F_{12} + 4\, F_{1a} = 1 \\ F_{12} = 0{,}2 \text{ (Gráfica)} \quad ; \quad F_{11} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4\, F_{1a} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8 \quad ; \quad F_{1a} = 0{,}2$$

b) Desde la base de un cilindro circular de radio r y longitud L, a la otra superficie paralela y a la superficie cilíndrica lateral para r = L.

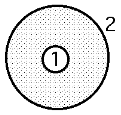


$$\frac{c}{b} = 1 \ ; \ \frac{a}{b} = 1 \ \Rightarrow \text{ para } (r = L),\ F_{12} = 0{,}38$$

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \ \Rightarrow \ 0 + 0{,}38 + F_{13} = 1 \ \Rightarrow \ F_{13} = 0{,}62$$

$$F_{31} = \frac{A_1}{A_3} F_{13} = \frac{\pi r^2}{2 \pi r L} F_{13} = \frac{r}{2 L} F_{13} = \frac{0{,}62}{2} = 0{,}31$$

c) Entre dos superficies concéntricas esféricas A_1 y A_2.



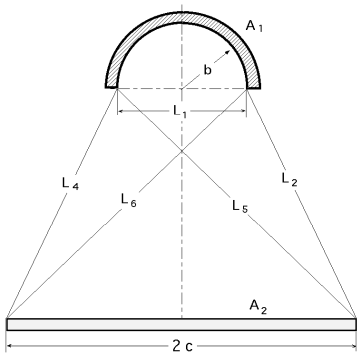
$$F_{11} + F_{12} = 1 \ ; \ F_{11} = 0 \ ; \ F_{12} = 1$$

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

$$F_{22} = 1 - F_{21} = \left\{ A_1\, F_{12} = A_2\, F_{21} \ ; \ F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} \right\} = 1 - \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \left\{ F_{12} = 1 \right\} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

****

VII.19.- Una superficie semicilíndrica A_1, de gran longitud, de radio b y una superficie A_2 plana, también de gran longitud, y anchura 2 c, están localizadas a una distancia d tal como se indica en la figura. Determinar el factor de visión F_{12} entre las superficies A_1 y A_2, para b= 5 cm, c= 10 cm y d= 8 cm.



RESOLUCIÓN

El factor de forma entre las superficies A_1 y A_2 es:

$$F_{12} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_2 + L_4)}{2\ A_1} = \left\{ (L_5 = L_6) \ ; \ (L_2 = L_4) \right\} = \frac{L_6 - L_4}{\pi L_1/2}$$

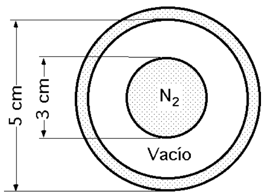
$$L_4 = \sqrt{(c - b)^2 + d^2} = \sqrt{(10 - 5)^2 + 8^2} = 9{,}434$$

$$L_6 = \sqrt{(c + b)^2 + d^2} = \sqrt{(10 + 5)^2 + 8^2} = 17 \qquad L_1 = 2\, b = 2 \times 5 = 10$$

$$F_{12} = \frac{L_6 - L_4}{\frac{\pi L_1}{2}} = \frac{17 - 9{,}434}{15{,}71} = 0{,}482$$

****

VII.20.- Una corriente de nitrógeno líquido fluye a través de un tubo de 3 cm de diámetro exterior, que está contenido en una carcasa cilíndrica de 5 cm de diámetro interior en la que se ha hecho el vacío. El nitrógeno está en su punto de ebullición normal de 77,4ºK y la superficie interior de la carcasa está a 260ºK.



La emitancia de las superficies es 0,04
Determinar
a) La cantidad de calor intercambiada por metro de longitud si las superficies son reflectores difusos
b) La cantidad de calor intercambiada por metro de longitud si las superficies son reflectores especulares

---

RESOLUCIÓN
a) Superficies reflectoras difusas

$$q_{12} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 = \left| \begin{array}{l} E_{b_1} = \sigma T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 77{,}4^4 = 2{,}03 \text{ W/m}^2 \\ E_{b_2} = \sigma T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 260^4 = 259{,}1 \text{ W/m}^2 \end{array} \right| =$$

$$= \left| \begin{array}{l} A_1 = 2\,\pi r_1 L = 2\,\pi \times 0{,}015 = 0{,}09425 \text{ m}^2 \text{ (por 1 m)} \\ A_2 = 2\,\pi r_2 L = 2\,\pi \times 0{,}025 = 0{,}1571 \text{ m}^2 \text{ (por 1 m)} \end{array} \right| = \frac{2{,}03 - 259{,}1}{\frac{1}{0{,}04} + \frac{0{,}96 \times 0{,}09425}{0{,}04 \times 0{,}1571}} \times 0{,}09425 = -\,0{,}61494 \text{ W/m}$$

b) Superficies reflectoras especulares

$$q_{12} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} A_1 = \frac{2{,}03 - 259{,}1}{\frac{1}{0{,}04} + \frac{1}{0{,}04} - 1} \times 0{,}09425 = -\,0{,}4944 \text{ W/m}$$

****

VII.21.- Un trabajador de un taller protesta porque el sistema de calefacción no está manteniendo la temperatura del aire al mínimo aceptable de 20ºC. Para fundamentar su argumento muestra que la lectura de un termómetro de mercurio suspendido de la armadura del techo es de sólo 17ºC. El techo y las paredes del taller son de hierro corrugado y no tiene aislante; al ponerlo en contacto con la pared, el termómetro marca 5ºC. ¿Cuál es la verdadera temperatura del aire si el coeficiente medio de transferencia de calor por convección medio para el termómetro suspendido es de 10 W/m²ºK?
El valor de ε para el cristal del termómetro es 0,8

RESOLUCIÓN
El termómetro se puede considerar como un cuerpo gris pequeño dentro de una cavidad grande y casi negra a 5ºC.
Sean T_{term}, la temperatura que marca el termómetro, T_{aire} la temperatura del aire y T_{pared} la temperatura de las paredes.
En régimen estacionario, $Q_{conv} + Q_{rad} = 0$, ya que en este estado no hay conducción dentro del termómetro.
Por lo tanto: $q_{1neta} = h_C A\,(T_{aire} - T_{term}) = \varepsilon\, A\, \sigma\, (T_{term}^4 - T_{pared}^4)$; $h_C A\,(T_{term} - T_{aire}) + \varepsilon\, \sigma\, A\,(T_{term}^4 - T_{pared}^4) = 0$

$$10\ \frac{W}{m^2\,ºK}\,(290 - T_{aire})ºK + (0{,}8 \times 5{,}67.10^{-8})\ \frac{W}{m^2\,ºK^4}\,(290^4 - 278^4)ºK^4 = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{aire} = 295ºK = 22ºC$$

El sistema de calefacción parece funcionar bien ya que $T_{aire} > 20ºC$
El termómetro recibe también calor de los operarios, maquinaria, luz, etc, que están por encima de los 5ºC de la pared, por lo que la apreciación de $T_{aire} = 22ºC$ parece un poco elevada

****

VII.22.- En un recipiente aislado térmicamente se tiene una capa de agua de espesor e = 1 cm a la temperatura de 20ºC en contacto con el medio ambiente. Durante una noche despejada, en la que la temperatura del medio ambiente es de 6ºC y la del firmamento se supone a 228ºK, el agua se congela.
Determinar:
a) El tiempo necesario para que el agua pase de la temperatura de 20ºC a la de congelación, suponiendo un coeficiente de transferencia de calor del agua con el medio exterior de 6 W/m²ºK.
b) El valor máximo del coeficiente de transferencia de calor del agua con el medio exterior para que se produzca la congelación.
Datos del agua: ε = 0,9 ; c_p = 4,18 kJ/kgºK ; ρ = 1000 kg/m³

RESOLUCIÓN

Es sabido que durante la noche, cualquier objeto (en nuestro caso agua) colocado a la intemperie puede alcanzar temperaturas inferiores a la del ambiente; la explicación a este fenómeno radica en que estos objetos intercambian calor con el ambiente por convección y con el firmamento por radiación, de forma que la temperatura mínima que se alcanza depende en gran manera de la convección.

La fenomenología se puede resumir en lo siguiente:

- Al principio, la temperatura del agua es mayor que la del ambiente, por lo que se enfría por convección y por radiación
- Así se llega a un estado en que la temperatura del agua comienza a descender por debajo de la del ambiente, proceso en el que el agua gana energía por convección y la sigue perdiendo por radiación.

Si se supone que el agua modifica su temperatura T uniformemente con el paso del tiempo, se tiene:

$$m\, c_p \frac{dT}{dt} = A\, h_C\, (T_{ambiente} - T) + A\, \varepsilon\, F_{agua\text{-}Firm}\, \sigma\, (T^4_{Firm} - T^4) \quad \text{en la que } F_{agua\text{-}Firm} = 1.$$

Dividiendo la anterior por A:

$$\frac{m}{A}\, c_p \frac{dT}{dt} = h_C\, (T_{amb} - T) + \varepsilon\, \sigma\, (T^4_{Firm} - T^4) \quad \text{con: } \frac{m}{A} = \rho\, e \text{ , por lo que:}$$

$$\rho\, e\, c_p \frac{dT}{dt} = h_C\, (T_{amb} - T) + \varepsilon\, \sigma\, (T^4_{Firm} - T^4) = \left|\, h_R = \sigma \frac{T^4_{Firm} - T^4}{T_{Firm} - T} \,\right| = h_C\, (T_{amb} - T) + \varepsilon\, h_R\, (T_{Firm} - T) =$$

$$= h_C\, T_{amb} + \varepsilon\, h_R\, T_{Firm} - (h_C + \varepsilon\, h_R)\, T = M - N\, T$$

$$\text{siendo: } \begin{cases} M = h_C\, T_{amb} + \varepsilon\, h_R\, T_{Firm} \\ N = h_C + \varepsilon\, h_R \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} h_{R_{inic.}} = \sigma \dfrac{T^4_{Firm} - T^4_{agua\ inicial}}{T_{Firm} - T_{agua\ inicial}} = \sigma \dfrac{228^4 - 293^4}{228 - 293} = 4{,}072\ \dfrac{W}{m^2\, {}^oK} \\ h_{R_{final}} = \sigma \dfrac{T^4_{Firm} - T^4_{agua\ final}}{T_{Firm} - T_{agua\ final}} = \sigma \dfrac{228^4 - 273^4}{228 - 273} = 3{,}594\ \dfrac{W}{m^2\, {}^oK} \\ h_R = \dfrac{h_{R_{inicial}} + h_{R_{final}}}{2} = \dfrac{4{,}072 + 3{,}594}{2} = 3{,}833\ \dfrac{W}{m^2\, {}^oK} \end{cases}$$

$$\text{Despejando “t” e integrando, resulta: } t = \rho\, e\, c_p \int_{T_{inicial\ agua}}^{T_{final\ agua}} \frac{dT}{M - N\, T} = -\frac{\rho\, e\, c_p}{N} \ln \frac{M - N\, T_{final\ agua}}{M - N\, T_{inicial\ agua}} =$$

$$= \left|\, \begin{array}{l} M = h_C\ T_{amb} + \varepsilon\, h_R\ T_F = (6 \times 279) + (0{,}9 \times 3{,}833 \times 228) = 2460{,}5\ W/m^2 \\ N = h_C + \varepsilon\, h_R = 6 + (0{,}9 \times 3{,}833) = 9{,}45\ W/m^2 \end{array} \,\right| =$$

$$= -\frac{1000\ kg/m^3 \times 0{,}01\ m \times 4180\ J/kg^oK}{9{,}45\ W/m^2} \ln \frac{2460{,}5 - (9{,}45 \times 273)}{2460{,}5 - (9{,}45 \times 293)} = 4198\ seg$$

El máximo coeficiente de convección para que se produzca la congelación se obtiene cuando la temperatura del agua iguale a la temperatura del ambiente, en la forma:

$$h_C\, (T_{amb} - 273) = \varepsilon\, \sigma\, (273^4 - T^4_{Firm})$$

$$h_C = \frac{\varepsilon\, \sigma\, (273^4 - T^4_{Firm})}{T_{amb} - 273} = \frac{0{,}9 \times 5{,}67.10^{-8}\, (273^4 - 228^4)}{279 - 273} = 24{,}26\ \frac{W}{m^2\, {}^oK}$$

****

VII.23.- Un plano negro tiene un área superficial de 2 m² y está enterrado de forma que su nivel superior coincide con la superficie de la tierra. La superficie inferior del plano está aislada. La superficie superior está expuesta al aire a T_F=300°K, siendo el coeficiente de convección (plano-aire) $h_{C\infty}$=10 W/m²°K.

Calcular la temperatura de equilibrio del plano en las siguientes condiciones:

a) El plano irradia hacia el cielo (firmamento) en noche despejada, cuya temperatura efectiva de irradiación es de 100°K

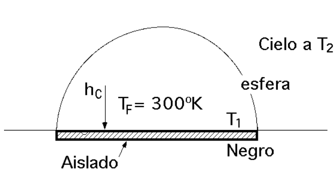
b) El plano irradia hacia el cielo en una noche nubosa, siendo la temperatura efectiva del cielo de 250°K

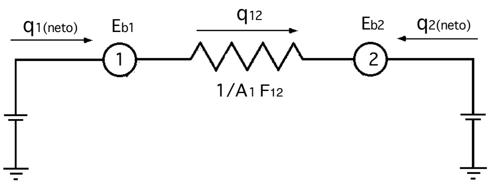
RESOLUCIÓN

El cielo se puede suponer como un cuerpo negro, ya que hacia el plano A_1 prácticamente no devuelve nada de la energía que éste emite, por lo que el cielo absorbe toda la energía emitida por A_1.

Intercambio radiativo entre 2 cuerpos negros, con $F_{12} = 1$

$q_{1(neto)}$ = (Flujo de calor que por convección va desde el aire a T_F hacia el cuerpo negro A_1) = $h_C\ A_1\ (T_F - T_1)$





que es la convección (aire-plano). (La convección necesita contacto directo sólido-fluido).
El flujo de calor por convección tiene que ser igual al flujo radiativo desde A_1 hacia el cielo, es decir:

$q_{1(neto)} = q_{12} = A_1 F_{12} (E_{b1} - E_{b2})$ (que es la radiación plano-cielo)

$q_{1(neto)} = h_C\ A_1 (T_F - T_1) = A_1 F_{12} (E_{b1} - E_{b2})$; $h_C (T_F - T_1) = (E_{b1} - E_{b2})$

a) Temperatura de equilibrio cuando el plano irradia hacia el cielo, en noche despejada, cuya temperatura efectiva de irradiación es de 100°K

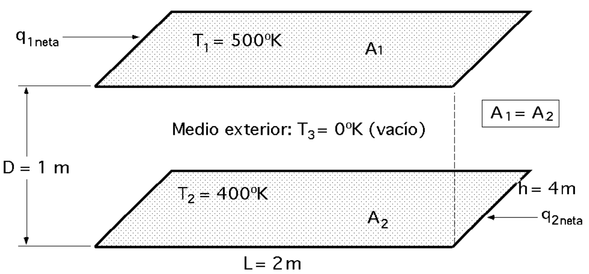
$$10 \frac{W}{m^2.ºK} (300 - T_1)\ ºK = \sigma (T_1^4 - 100^4) \quad \Rightarrow \quad T_1 = 270,2ºK = -3ºC$$

b) Temperatura de equilibrio cuando el plano irradia hacia el cielo en una noche nubosa, siendo la temperatura efectiva del cielo de 250°K

$$10 \frac{W}{m^2.ºK} (300 - T_1)\ ºK = \sigma (T_1^4 - 250^4) \quad \Rightarrow \quad T_1 = 284,8ºK = 11,6ºC$$

****

VII.24.- Dos partes de un vehículo espacial pueden considerarse aproximadamente como 2 rectángulos opuestos y paralelos. Los rectángulos son negros y se mantienen a una temperatura de 500°K y 400°K respectivamente, por medios externos.
La energía incidente procedente de otras fuentes es despreciable y las partes posteriores de ambas superficies están aisladas.
Calcular
a) La energía que por unidad de tiempo debe añadirse a la superficie más caliente para mantener su temperatura.
b) La energía que por unidad de tiempo debe añadirse a la superficie más fría para mantener su temperatura
c) La transmisión de calor por unidad de tiempo entre las dos superficies y los alrededores.
d) Intercambio térmico entre las superficies



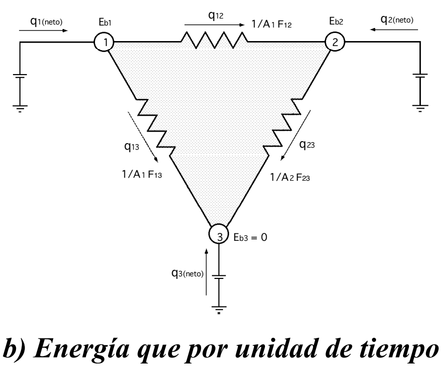
RESOLUCIÓN

a) Energía que por unidad de tiempo debe añadirse a la superficie más caliente para mantener su temperatura.

$$F_{12} = \left| \begin{matrix} L/D = 2/1 = 2 \\ h/D = 4/1 = 4 \end{matrix} \right| = 0,52$$

$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$; $F_{11} = 0$; $F_{13} = 1 - F_{12} = 0,48$

$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$; $F_{22} = 0$; $F_{23} = 1 - F_{21} = 1 - \frac{A_1 F_{12}}{A_2} = 0,48$



$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5,67.10^{-8} \times 500^4\ ºK^4 = 3540\ W/m^2$

$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5,67.10^{-8} \times 400^4\ ºK^4 = 1450\ W/m^2$

$E_{b3} = 0$

$q_{1(neta)} = q_{1(emitida)} - q_{1(absorbida)} = A_1 E_{b1} - A_1 F_{12} E_{b2} = A_1 \{E_{b1} - F_{12} E_{b2}\} =$

$= (2 \times 4)\ m^2 \{3,54 - (0,52 \times 1,45)\}.10^3\ W/m^2 = 2,23.10^4\ W$

La superficie A_1 se calienta mediante una fuente exterior de energía para mantener su temperatura a T_1.

b) Energía que por unidad de tiempo se debe añadir a la superficie más fría para mantener su temperatura

$$q_{2(neta)} = A_2 \{E_{b2} - F_{21} E_{b1}\} = (2 \times 4)\ m^2 \{1,45 - (0,52 \times 3,54\} \times 10^3 \frac{W}{m^2} = - 3,13 \times 10^3\ W$$

La superficie A_2 se refrigera mediante una fuente exterior de energía para mantener su temperatura a T_2.

c) Transmisión de calor por unidad de tiempo entre las dos superficies y los alrededores.

$$q_{3(neta)} = - q_{13} - q_{23} = \left| \begin{matrix} q_{13} = A_1\, F_{13}\, E_{b1} \\ q_{23} = A_2\, F_{23}\, E_{b2} \end{matrix} \right| = - A_1\, F_{13}\, E_{b1} - A_2\, F_{23}\, E_{b2} = \left[\begin{matrix} A_1 = A_2 \\ F_{13} = F_{23} \end{matrix} \right] =$$

$$= - F_{13}\, \{E_{b1} + E_{b2}\}\, A_1 = - 0{,}48\, \{3{,}54 + 1{,}45\} \times 10^3 \times 8 = - 1{,}918 \times 10^4 \text{ W}$$

Comprobación: $q_{1\,neta} + q_{2\,neta} + q_{3\,neta} = 0$

d) Intercambio térmico entre las superficies: $\begin{cases} Q_{12} = A_1\, F_{12}\, (E_{b1} - E_{b2}) = 8{,}70.10^3 \text{ W} \\ Q_{13} = A_1\, F_{13}\, (E_{b1} - E_{b3}) = 1{,}36.10^4 \text{ W} \\ Q_{23} = A_2\, F_{23}\, (E_{b2} - E_{b3}) = 5{,}57.10^3 \text{ W} \end{cases}$

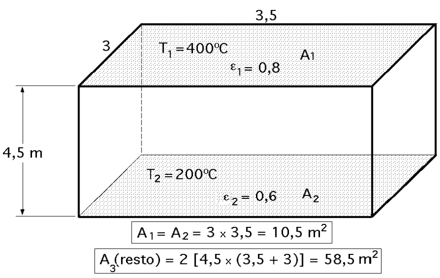
Comprobación: $\begin{cases} q_{1\,neta} = Q_{12} + Q_{13} \\ q_{2\,neta} = Q_{23} - Q_{12} \\ q_{3\,neta} = - Q_{13} - Q_{23} \end{cases}$

****

VII.25.- Un horno tiene las siguientes dimensiones: Ancho=3 m.; Longitud=3,5 m.; Altura=4,5 m.

El suelo se comporta como un plano a 200°C con una emisividad 0,6 y el techo lo hace como un plano a 400°C con una emisividad 0,8.

Si todas las demás superficies se comportan como superficies rerradiantes. determinar la cantidad de energía radiante intercambiada entre el suelo y el techo.



RESOLUCIÓN

$$E_{b1} = \sigma\, T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times (400 + 273)^4\, ºK^4 = 11631{,}7 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = \sigma\, T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times (200 + 273)^4\, ºK^4 = 2838{,}1 \text{ W/m}^2$$

$$F_{12} = \left| \begin{matrix} 3{,}5/4{,}5 = 0{,}7 \\ 3/4{,}5 = 0{,}6 \end{matrix} \right| = 0{,}118$$

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \;;\; F_{11} = 0 \;;\; F_{13} = 1 - 0{,}118 = 0{,}882$$

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \;;\; F_{22} = 0 \;;\; F_{21} + F_{23} = 1 \;;\; A_2\, F_{21} = A_1\, F_{12} \;;\; F_{12} = F_{21} = 0{,}118 \;;\; F_{23} = 0{,}882$$

$$R_{equiv} = \frac{X}{1 + X}\, \frac{1}{A_1\, F_{12}} = \left| X = \frac{F_{12}}{F_{13}} + \frac{A_1\, F_{12}}{A_2\, F_{23}} = \frac{0{,}118}{0{,}882} + \frac{10{,}5}{10{,}5}\, \frac{0{,}118}{0{,}882} = 0{,}2675 \right| = \frac{0{,}2675}{1 + 0{,}2675}\, \frac{1}{10{,}5 \times 0{,}118} = 0{,}1703$$

$$q_{1(neta)} = q_{12} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1\, A_1} + R_{equiv} + \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2\, A_2}} = \frac{(11631{,}7 - 2838{,}1) \text{ W/m}^2}{\left(\dfrac{0{,}2}{0{,}8 \times 10{,}5} + 0{,}1703 + \dfrac{0{,}4}{0{,}6 \times 10{,}5}\right) \dfrac{1}{m^2}} = 34130 \text{ W}$$

Para el cálculo de radiosidades por el método matricial, hay que determinar todos los factores de forma:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \;;\; F_{11} = 0 \;;\; F_{13} = 1 - 0{,}118 = 0{,}882$$

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \;;\; F_{22} = 0 \;;\; F_{21} + F_{23} = 1 \;;\; A_2\, F_{21} = A_1\, F_{12} \;;\; F_{12} = F_{21} = 0{,}118 \;;\; F_{23} = 0{,}882$$

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1 \;;\; F_{31} = F_{32} = \frac{A_2}{A_3}\, F_{23} = \frac{10{,}5}{58{,}2} \times 0{,}882 = 0{,}158 \;;\; F_{33} = 1 - 0{,}158 - 0{,}158 = 0{,}683$$

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + (\varepsilon_1/\rho_1) & - F_{12} & - F_{13} \\ - F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) & - F_{23} \\ - F_{31} & - F_{32} & 1 - F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1/\rho_1)\, E_{b1} \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\, E_{b2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 + (0{,}8/0{,}2) & - 0{,}118 & - 0{,}882 \\ - 0{,}118 & 1 + \dfrac{0{,}6}{0{,}4} & - 0{,}882 \\ - 0{,}158 & - 0{,}158 & 1 - 0{,}683 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 46526 \text{ W} \\ 4257 \text{ W} \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 10819 \text{ W} \\ J_2 = 5004 \text{ W} \\ J_3 = 7911 \text{ W} \end{cases}$$

$$q_{12} = \frac{J_1 - J_2}{R_{equiv}} = \left\{ R_{equiv} = \frac{1}{A_1\, F_{12}^*} \right\} = \frac{10819 - 5004}{\dfrac{1}{10{,}5\, F_{12}^*}} =$$

$$= \left| F_{12}^* = F_{12} + \frac{1}{\frac{1}{F_{13}} + \frac{A_1}{A_2\, F_{23}}} = 0{,}118 + \frac{1}{\frac{1}{0{,}882} + \frac{10{,}5}{10{,}5 \times 0{,}882}} = 0{,}569 \right| = \frac{10819 - 5004}{\frac{1}{10{,}5 \times 0{,}569}} = 34130 \text{ W}$$

$$q_{1(\text{neta})} = \frac{\varepsilon_1}{\rho_1} (E_{b1} - J_1)\, A_1 = \frac{0{,}8}{0{,}2} (11631{,}7 - 10819) \times 10{,}5 = 34130 \text{ W}$$

$$q_{2(\text{neta})} = \frac{\varepsilon_2}{\rho_2} (E_{b2} - J_2)\, A_2 = \frac{0{,}6}{0{,}4} (5004 - 2838{,}1) \times 10{,}5 = 34130 \text{ W}$$

$$q_{1(\text{neta})} = - q_{2(\text{neta})} \;\; ; \;\; q_{3(\text{neta})} = 0$$

****

VII.26.- Un tubo largo gris metálico transporta un líquido caliente de una máquina de procesado a otra en una planta industrial. El tubo tiene un diámetro exterior de 0,8 m. y una emisividad superficial de 0,5. Este tubo está rodeado por un segundo tubo gris que tiene un diámetro interior de 1,0 m. y una emisividad de 0,3. En el espacio que existe entre los tubos se hace un vacío para minimizar las pérdidas térmicas del líquido.
El tubo interior está a T_1 = 550°K y el exterior a T_2 = 300°K.
Con estos datos se pide:
a) Pérdidas de calor del líquido por metro lineal de tubería
b) La reducción de pérdidas térmicas del líquido en %, si el tubo interior se recubre con una pintura gris que posee una emisividad de 0,15

RESOLUCIÓN

Al estar el espacio entre los tubos vacío, las únicas pérdidas térmicas son por radiación

a) Pérdidas de calor del líquido por metro lineal de tubería

Dos cilindros concéntricos largos, opacos y grises, el interior de superficie A_1 y el exterior de superficie A_2; $F_{12} = 1$

$$q_{1(\text{neta})} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 550^4 \,{}^{\circ}\text{K}^4 = 5188{,}4 \text{ W/m}^2 \\ E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 300^4 \,{}^{\circ}\text{K}^4 = 459{,}3 \text{ W/m}^2 \end{array} \right\}$$

$$\rho_1 = 1 - \varepsilon_1 = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \quad ; \quad \rho_2 = 1 - \varepsilon_2 = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi\, d_1\, L}{\pi\, d_2\, L} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{0{,}8}{1} = 0{,}8 \quad ; \quad A_1 = \pi\, d_1\, L = \pi \times 0{,}8 \times 1 = 2{,}51 \text{ m}^2$$

$$q_{1(\text{neta})} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 = \frac{5188{,}4 - 459{,}3}{\frac{0{,}5}{0{,}5} + 1 + \frac{0{,}8 \times 0{,}7}{0{,}3}} \times 2{,}51 = 3073 \text{ W}$$

b) Reducción de pérdidas térmicas del líquido, en %, si el tubo interior se recubre con una pintura gris que posee una emisividad = 0,15.

ε_1^* cambia a 0,15 ; $\rho_1^* = 1 - \varepsilon_1^* = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$

$$q_{1^*(\text{neta})} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{\varepsilon^*} + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 = \frac{5188{,}4 - 459{,}3}{\frac{1}{0{,}15} + \frac{0{,}8 \times 0{,}7}{0{,}3}} \times 2{,}51 = 1392{,}5 \text{ W}$$

$$\text{Redución de pérdidas térmicas en \%} = \frac{3073 - 1392{,}5}{3073} \times 100 = 54{,}68\%$$

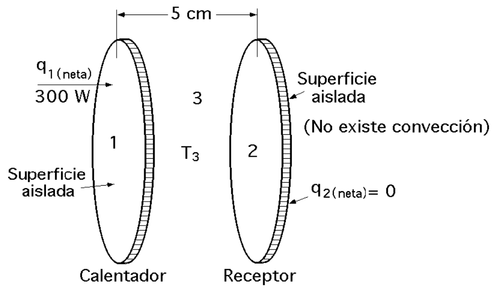
****

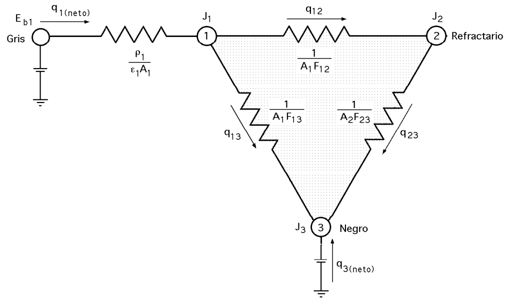
VII.27.- Un calentador circular gris de 10 cm de diámetro, se sitúa paralelamente y a 5 cm de distancia de un segundo receptor circular gris. La potencia conectada al calentador es de 300 W. Las bases posteriores del calentador y del receptor están aisladas, siendo despreciable la convección en ambas superficies. Ambos elementos están situados en una habitación grande que se mantiene a 77°C.
Determinar
a) La temperatura del calentador sabiendo que ε_1 = 0,8
b) La temperatura del receptor

c) La transmisión de calor neto radiativo a los alrededores por unidad de tiempo
d) La transferencia neta de calor radiativo por unidad de tiempo entre el calentador y el receptor

---

RESOLUCIÓN





El que la superficie posterior del receptor esté aislada ⇒ que no existe convección ⇒ que el receptor se puede considerar como un cuerpo refractario, $q_{2(neta)} = 0$, por cuanto no existe ningún tipo de energía exterior aplicada al mismo:

$q_{2(neta)} = 0 \Rightarrow J_2 = E_{b2} = G_2$

Como los alrededores (a $T_3 = 77 + 273 = 350$ºK), son grandes comparados con el tamaño del receptor y el calentador, el medio exterior se puede considerar como un cuerpo negro ⇒ $\varepsilon_3 = 1$; $J_3 = E_{b3}$

En (1) : $q_{1(neta)} = \dfrac{J_1 - E_{b3}}{\dfrac{1}{A_1 F_{13}}} + \dfrac{J_1 - J_2}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}} = A_1 F_{13} (J_1 - E_{b3}) + A_1 F_{12} (J_1 - J_2)$

En (2) : $\dfrac{J_2 - E_{b3}}{\dfrac{1}{A_2 F_{23}}} = \dfrac{J_1 - J_2}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}}$; $A_1 F_{12} (J_1 - J_2) = A_2 F_{23} (J_2 - E_{b3})$; $|A_1 = A_2|$; $F_{12} (J_1 - J_2) = F_{23} (J_2 - E_{b3})$

que conforman un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas J_1 y J_2.

Factor de forma: $F_{12} = 0{,}37$; $F_{23} = F_{13} = 1 - F_{12} = 0{,}63$

	1	2	3
1	0	0,37	0,63
2	0,37	0	0,63
3	0,1575	0,1575	0,685

$A_1 = A_2 = \pi r^2 = \pi \times 0{,}05^2 = 3{,}85 \times 10^{-3}\ m^2$

$E_{b3} = \sigma T_3^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 350^4\ ºK^4 = 851\ W/m^2$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \ 300\ W = 7{,}85.10^{-3}\ m^2 \times 0{,}63\ (J_1 - 851) + 7{,}85.10^{-3}\ m^2 \times 0{,}37\ (J_1 - J_2)\ W/m^2 \\ 2)\ \ 0{,}37\ (J_1 - J_2) = 0{,}63\ (J_2 - 851)\ W/m^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} J_1 = 45130\ W/m^2 \\ J_2 = 17234\ W/m^2 \end{array}\right.$$

a) Temperatura del calentador sabiendo que $\varepsilon_1 = 0{,}8$

$$q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - J_1}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} \quad ; \quad 300\ W = \frac{(E_{b1} - 45130)\ (W/m^2)}{\dfrac{0{,}2}{0{,}87 \times 7{,}85.10^{-3}\ m^2}} \Rightarrow E_{b1} = 54684\ \frac{W}{m^2}$$

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{E_{b1}}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{54684\ (W/m^2)}{5{,}67.10^{-8}\ (W/m^2\ ºK^4)}} = 991ºK = 718ºC$$

b) Temperatura del receptor

$$J_2 = E_{b2} = \sigma T_2^4 \Rightarrow T_2 = \sqrt[4]{\frac{J_2}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{17234\ (W/m^2)}{5{,}67.10^{-8}\ (W/m^2\ ºK^4)}} = 742{,}5ºK = 469{,}5ºC$$

c) Transmisión de calor neto radiativo a los alrededores por unidad de tiempo $q_{3(neta)}$

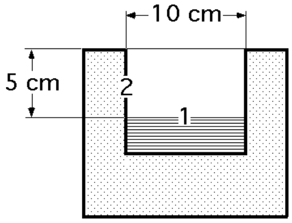
$$q_{3(neta)} = \frac{E_{b3} - J_1}{\dfrac{1}{A_1 F_{13}}} + \frac{E_{b3} - J_2}{\dfrac{1}{A_2 F_{23}}} = \frac{851 - 45130}{\dfrac{1}{7{,}85 \times 10^{-3} \times 0{,}63}} + \frac{851 - 17234}{\dfrac{1}{7{,}85 \times 10^{-3} \times 0{,}63}} = -\ 300\ W$$

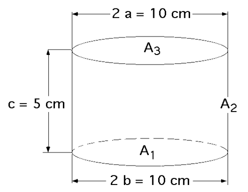
d) Transferencia neta de calor radiativo por unidad de tiempo entre el calentador y el receptor

$q_{12} = A_1 F_{12} (J_1 - J_2) = 7{,}85 \times 10^{-3}\ m^2 \times 0{,}37\ (45134 - 17234)\ \dfrac{W}{m^2} = 81{,}035\ W$

****

VII.28.- Un bloque de grafito tiene una cavidad cilíndrica de 10 cm de diámetro, y sirve como crisol para experimentos de laboratorio. El bloque se calienta por la parte inferior, estando la pared lateral cilíndrica aislada térmicamente. La cavidad se llena con un material fundido a 600ºK hasta 5 cm por debajo de la abertura. El medio ambiente está a 300ºK.- Todas las superficies se suponen negras

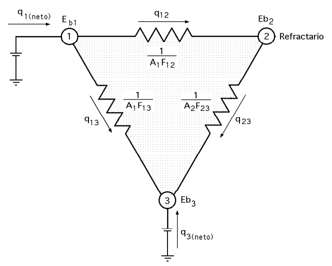




Determinar
a) Los factores de forma $F_{1\text{-medio ambiente}}$ y F_{21}
b) La temperatura T_2
c) La pérdida de calor desde el material fundido al medio ambiente

---

RESOLUCIÓN



El medio ambiente se sustituye por la abertura de la cavidad, superficie 3, a la temperatura exterior.

a) Factores de forma

$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \quad ; \quad F_{13} = F_{1\text{-medio ambiente}}$

$$F_{13} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\,X^2 Y^2}}{2} = \left| \begin{array}{l} X = a/c = 5/5 = 1 \quad ; \quad Y = c/b = 5/5 = 1 \\ Z = 1 + (1 + X^2)\,Y^2 = 1 + (1 + 1) \times 1 = 3 \end{array} \right| =$$

$$= \frac{3 - \sqrt{3^2 - 4 \times 1^2 \times 1^2}}{2} = 0{,}3819$$

$F_{12} = 1 - F_{13} = 1 - 0{,}3019 = 0{,}6181$

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2}\,F_{12} = \frac{\pi\, r^2}{2\,\pi\, r\, c}\,F_{12} = \frac{\pi \times 0{,}05^2}{2\,\pi \times 0{,}05 \times 0{,}05} \times 0{,}3819 = 0{,}309$$

b) Temperatura T_2.- Como la pared lateral cilíndrica está aislada térmicamente, $q_{2\text{ neta}} = 0$, por lo que:

$$q_{1neta} = -\,q_{3neta} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_{b1} - E_{b2}}{1/A_1\,F_{12}} + \frac{E_{b3} - E_{b2}}{1/A_3\,F_{32}} = 0$$

$A_2\,F_{21}\,(E_{b_2} - E_{b_1}) + A_2\,F_{23}\,(E_{b_2} - E_{b_3})$, y como: $F_{21} = F_{23}$, resulta

$$E_{b_2} = \frac{1}{2}\,(E_{b_1} + E_{b_3}) = \frac{\sigma}{2}\,(600^4 + 300^4) = 3903{,}8\ \text{W/m}^2 = \sigma\, T_2^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 512{,}24\text{ºK}$$

c) Pérdida de calor al exterior = q_{13} = La superficie (2) lo refleja todo por ser refractaria + Lo que (1) envía directamente

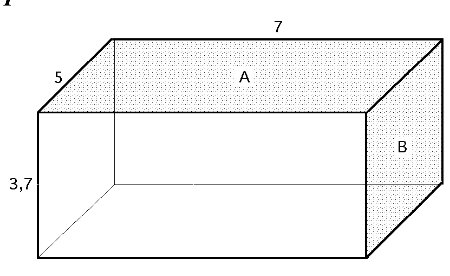
$$q_{13} = A_1\,F_{12}\,(E_{b_1} - E_{b_2}) + A_1\,F_{13}\,(E_{b_1} - E_{b_3}) = \left| \begin{array}{l} A_1 = \pi\, r^2 = \pi \times 0{,}05^5 = 7{,}85.10^{-3}\ \text{m}^2 \\ E_{b_1} = \sigma \times 600^4 = 7348{,}3\ (\text{W/m}^2) \\ E_{b_3} = \sigma \times 300^4 = 429{,}3\ (\text{W/m}^2) \end{array} \right| =$$

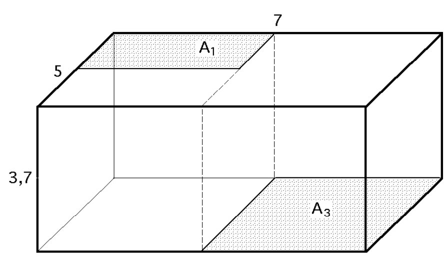
$$= 7{,}85.10^{-3}\ \text{m}^2\,\{0{,}6181\,(7348{,}3 - 3903{,}8) + 0{,}3819\,(7348{,}3 - 429{,}3)\}\ \text{W/m}^2 =$$

$$= 7{,}85.10^{-3}\ \text{m}^2\,\{2129{,}05 + 2630{,}9\}\ \text{W/m}^2 = 37{,}37\ \text{W}$$

****

VII.29.- Un local comercial tiene las siguientes dimensiones, Longitud, 7 m.; Anchura, 5 m.; Altura, 3,7 m. La fachada, ($5 \times 3{,}7\ m^2$) es íntegramente de cristal, y se encuentra a 2°C. El techo se calienta mediante paneles radiantes a 35°C, que lo cubren totalmente.





Determinar

a) El calor intercambiado entre el techo A y la cristalera (fachada B), en el supuesto de que todas las superficies se comporten como cuerpos negros

b) El calor intercambiado entre el techo A y la cristalera B, en el supuesto de que ambos se comporten como cuerpos grises de emisividades 0,8 y 0,6 respectivamente.

c) El calor intercambiado entre una fracción del techo A_1 y una fracción del suelo A_2, a 2ºC, tal como se indica en la figura, en el supuesto de considerarlas como superficies grises, de emisividades 0,8 y 0,4 respectivamente. El resto, cristalera incluida, se considerarán refractarias.

RESOLUCIÓN

$$q_{AB} = A\, F_{AB}\, (E_{bA} - E_{bB}) = \left| \begin{array}{l} E_{bA} = \sigma T_A^4 = 5{,}67.10^{-8} \dfrac{W}{m^2\, ºK^4} \times (35 + 273)^4\, ºK^4 = 510{,}25\, \dfrac{W}{m^2} \\ E_{bB} = \sigma T_B^4 = 5{,}67.10^{-8} \dfrac{W}{m^2\, ºK^4} \times (2 + 273)^4\, ºK^4 = 324{,}27\, \dfrac{W}{m^2} \\ F_{AB} = \left| \begin{array}{l} X = a/b = 7/5 = 1{,}4 \\ Y = c/b = 3{,}7/5 = 0{,}74 \end{array} \right| = 0{,}14 \end{array} \right| =$$

$$= (7 \times 5)\, m^2 \times 0{,}14\, (510{,}25 - 325{,}27)\, \frac{W}{m^2} = 911{,}3\ W$$

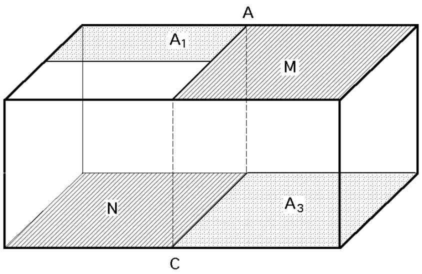
b) Calor intercambiado entre el techo y la cristalera, en el supuesto de que ambos, techo y cristalera, se comporten como cuerpos grises de emisividades 0,8 y 0,6 respectivamente.

$$F_{AA} + F_{AB} + F_{AR} = 1 \;;\; F_{AR} = 1 - F_{AA} - F_{AB} = 1 - 0{,}14 = 0{,}86$$

$$F_{BA} + F_{BB} + F_{BR} = 1 \;;\; F_{BR} = 1 - F_{BA} = 1 - \frac{A}{B}\, F_{AB} = 1 - \frac{3{,}5}{18{,}5} \times 0{,}14 = 0{,}735$$

$$q_{(AB)} = \frac{E_{b_A} - E_{b_B}}{\dfrac{\rho_A}{\varepsilon_A\, A} + R_{equiv} + \dfrac{\rho_B}{\varepsilon_B\, B}} = \left\{ \begin{array}{l} \rho_A = 1 - \varepsilon_A = 0{,}2 \;;\; \rho_B = 0{,}4 \\ B = (5 \times 3{,}7) = 18{,}5\ m^2 \end{array} \right\} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} X = \dfrac{F_{AB}}{F_{AR}} + \dfrac{A\, F_{AB}}{B\, F_{BR}} = \dfrac{0{,}14}{0{,}86} + \dfrac{35 \times 0{,}14}{18{,}5 \times 0{,}735} = 0{,}523 \\ R_{equiv} = \dfrac{X}{(X + 1)\, A\, F_{AB}} = \dfrac{0{,}523}{(0{,}523 + 1) \times 35 \times 0{,}14} = 0{,}07 \end{array} \right| = \frac{510{,}25 - 324{,}27}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8 \times 35} + 0{,}07 + \dfrac{0{,}4}{0{,}6 \times 18{,}5}} = 1641{,}76\ W$$



$$A_1 = \frac{7 \times 5}{4} = 8{,}75\ m^2$$

$$A_3 = \frac{7 \times 5}{2} = 17{,}5\ m^2$$

c) Calor intercambiado entre una fracción del techo A_1 y una fracción del suelo A_2, tal como se indica en la figura, en el supuesto de considerarlas como superficies grises, de emisividades 0,8 y 0,4 respectivamente. El resto, cristalera incluida, se considerarán refractarias.

Cálculo del factor de forma F_{13}

$$A\, F_{AC} = 2\, A_1\, F_{1N} + 2\, A_1\, F_{13} + M\, F_{MN} + M\, F_{M3} = \left| \begin{array}{l} 2\, A_1\, F_{1N} = M\, F_{M3} \\ 2\, A_1\, F_{13} = M\, F_{MN} \end{array} \right| =$$

$$= M\, F_{M3} + 2\, A_1\, F_{13} + 2\, A_1\, F_{13} + M\, F_{M3} = 2\, M\, F_{M3} + 4\, A_1\, F_{13}$$

$$F_{13} = \frac{A\, F_{AC} - 2\, M\, F_{M3}}{4\, A_1} = \frac{4\, A_1\, F_{AC} - 4\, A_1\, F_{M3}}{4\, A_1} = F_{AC} - F_{M3} =$$

$$= \left| \left\{ F_{AC} = \left| \begin{array}{l} X = \dfrac{L}{D} = \dfrac{7}{3{,}7} = 1{,}9 \\ Y = \dfrac{h}{D} = \dfrac{5}{3{,}7} = 1{,}35 \end{array} \right| = 0{,}34 \right\} \;;\; \left\{ F_{M3} = \left| \begin{array}{l} X = \dfrac{L}{D} = \dfrac{3{,}5}{3{,}7} = 0{,}95 \\ Y = \dfrac{h}{D} = \dfrac{5}{3{,}7} = 1{,}35 \end{array} \right| = 0{,}225 \right\} \right| = 0{,}34 - 0{,}225 = 0{,}115$$

Calor intercambiado: $q_{1(neta)} = \dfrac{E_{b_1} - E_{b_3}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1\, A_1} + \dfrac{1}{A_1\, F_{13}^*} + \dfrac{\rho_3}{\varepsilon_3\, A_3}} =$

$$= \left\{ A_1\, F_{13}^* = \frac{A_1 (A_3 - A_1\, F_{13}^2)}{A_1 + A_3 - 2\, A_1\, F_{13}} = \frac{8{,}75\, \{17{,}5 - (8{,}75 \times 0{,}115^2)\}}{8{,}75 + 17{,}5 - (2 \times 8{,}75 \times 0{,}115)\}} = 6{,}28 \right\} = \frac{510{,}25 - 324{,}27}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8 \times 8{,}75} + \dfrac{1}{6{,}28} + \dfrac{0{,}6}{0{,}4 \times 18{,}5}} = 680\ W$$

$$J_1 = - q_{1(neta)}\ \frac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1} + E_{b1} = - 680\ \frac{0{,}2}{0{,}8 \times 8{,}75} + 510{,}25 = 491\ W/m^2$$

$$J_3 = - q_{3(neta)}\ \frac{\rho_3}{\varepsilon_3\ A_3} + E_{b3} = 680\ \frac{0{,}6}{0{,}4 \times 17{,}5} + 324{,}27 = 382{,}5\ W/m^2$$

$$T_R = \sqrt[4]{\frac{J_1\ A_1\ F_{1R} + J_3\ A_3\ F_{3R}}{\sigma\,(A_1\ F_{1R} + A_3\ F_{3R})}}$$

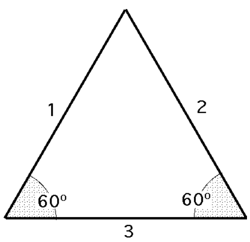
$$F_{11} + F_{13} + F_{1R} = 1\ \ ;\ \ F_{1R} = 1 - F_{13} = 1 - 0{,}114 = 0{,}885$$

$$F_{31} + F_{3R} + F_{33} = 1\ \ ;\ \ F_{3R} = 1 - F_{31} = 1 - \frac{A_1\ F_{13}}{A_3} = 1 - \frac{8{,}75 \times 0{,}114}{17{,}5} = 0{,}943$$

$$T_R = \sqrt[4]{\frac{(491 \times 8{,}75 \times 0{,}885) + (382{,}5 \times 17{,}5 \times 0{,}943)}{5{,}67.10^{-8}\{(8{,}75 \times 0{,}885) + (17{,}5 \times 0{,}943)\}}} = 292{,}87\,ºK = 19{,}87\,ºC$$

****

VII.30.- En un horno con perfil de triángulo equilátero y longitud suficiente como para despreciar los efectos de borde, la pared más caliente se mantiene a una temperatura $T_1 = 900°K$ con una emisividad $\varepsilon_1 = 0{,}8$
La pared fría está a $T_2 = 400°K$ y tiene una emisividad $\varepsilon_2 = 0{,}8$. La tercera pared es refractaria
Determinar el flujo neto de calor de la pared caliente



RESOLUCIÓN

La pared (3) es refractaria: $q_{3(neta)} = 0$

$A_1 = A_2 = A_3 = A\ \ ;\ \ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}8$

$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1\ \ ;\ \ 2\,F_{12} = 1\ \ ;\ \ F_{12} = F_{13} = 0{,}5$

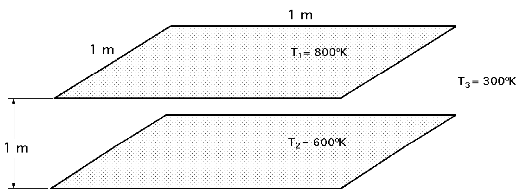
$F_{12} = F_{13} = F_{23} = 0{,}5$

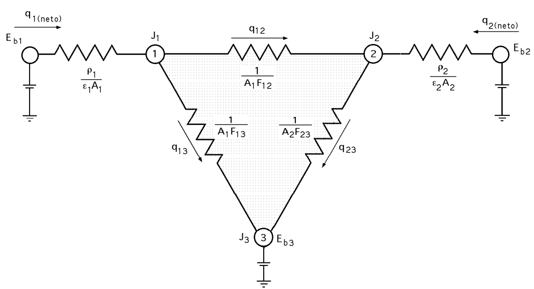
$E_{b_1} - E_{b_2} = \sigma\,(T_1^4 - T_2^4) = 5{,}67.10^{-8}\,(900^4 - 400^4) = 35{,}75\ (kW)$

$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + \frac{X}{(X+1)\,F_{12}} + \frac{\rho_2\,A_1}{\varepsilon_2\,A_2}} = \left|\ X = \frac{F_{12}}{F_{13}} + \frac{A_1\,F_{12}}{A_2\,F_{23}} = 1 + (1 \times 1) = 2\ \right| = \frac{35{,}75}{\frac{0{,}2}{0{,}8} + \frac{2}{1+2}\,\frac{1}{0{,}5} + \frac{0{,}2}{0{,}8}} = 19{,}5\ \frac{kW}{m^2}$$

****

VII.31.- Dos placas cuadradas de (1 x 1) m^2 cada una, paralelas y directamente opuestas, a la distancia de 1 metro, tienen las siguientes temperaturas:
Placa caliente: $T_1 = 800°K$; $\varepsilon_1 = 0{,}8$
Placa fría: $T_2 = 600°K$; $\varepsilon_2 = 0{,}8$
El medio ambiente está a 300°K
Calcular la transferencia neta de calor en cada placa y al ambiente





RESOLUCIÓN.- Es un recinto formado por tres superficies; las placas se comportan como superficies grises, siendo la tercera el medio exterior a 300ºK que se comporta como un cuerpo negro

$F_{12} = 0{,}2\ \ ;\ \ F_{13} = F_{23}\ \ ;\ \ F_{12} + F_{13} = 1\ \ ;\ \ F_{13} = 1 - F_{12} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$

En (1) se tiene: $$\frac{E_{b_1} - J_1}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1\ F_{12}}} + \frac{J_1 - E_{b_3}}{\frac{1}{A_1\ F_{13}}}$$

en la que: $$\frac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1} = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1\ A_1} = \frac{1 - 0{,}8}{0{,}8 \times 1} = 0{,}25$$

$$\frac{1}{A_1\ F_{12}} = \frac{1}{1 \times 0{,}2} = 5\ \ ;\ \ \frac{1}{A_1\ F_{13}} = \frac{1}{A_2\ F_{23}} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$$

$E_{b1} = \sigma\,T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 800^4\ ºK^4 = 23224\ W/m^2$

$E_{b3} = \sigma\,T_3^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 300^4\ ºK^4 = 459\ W/m^2$

En (2) se tiene: $\dfrac{E_{b_2} - J_2}{\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \dfrac{J_2 - J_1}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}} + \dfrac{J_2 - E_{b_3}}{\dfrac{1}{A_2 F_{23}}}$

con: $\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2} = \dfrac{0,2}{0,8 \times 1} = 0,25$; $\dfrac{\rho_3}{\varepsilon_3 A_3} = 0$; $E_{b3} = J_3$; $E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5,67.10^{-8} \times 600^4\ °K^4 = 7348\ W/m^2$

El problema se reduce al cálculo de las radiosidades J_1 y J_2; para ello sabemos que la suma de los flujos en los nudos (1) y (2) tiene que ser cero.

$$\left.\begin{aligned} \frac{23,224 - J_1}{0,25} + \frac{J_2 - J_1}{5} + \frac{0,459 - J_1}{1,25} = 0 \\ \frac{J_1 - J_2}{5} + \frac{7,348 - J_2}{0,25} + \frac{0,459 - J_2}{1,25} = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} J_1 = 18,921\ \frac{kW}{m^2} \\ J_2 = 6,709\ \frac{kW}{m^2} \end{aligned}\right.$$

$$q_{1\,(neta)} = \frac{E_{b_1} - J_1}{\rho_1/\varepsilon_1 A_1} = \frac{23,224 - 18,921}{0,25} = 17,212\ kW$$

$$q_{2\,(neta)} = \frac{E_{b_2} - J_2}{\rho_2/\varepsilon_2 A_2} = \frac{7,348 - 6,709}{0,25} = 2,557\ kW$$

$$q_{3\,(neta)} = \frac{E_{b_3} - J_1}{1/A_1 F_{13}} + \frac{E_{b_3} - J_2}{1/A_2 F_{23}} = \frac{0,459 - 18,921}{1,25} + \frac{0,459 - 6,709}{1,25} = -\ 19,768\ kW$$

que indica que los planos (1) y (2) están disipando calor, y que el ambiente gana calor.
La suma algebraica comprueba la veracidad de los resultados.

$q_{1(neta)} + q_{2(neta)} + q_{3(neta)} = 0$; $17,212 + 2,557 - 19,769 = 0$

****

VII.32.- Dos placas paralelas, grandes, opacas, grises y difusas, tienen emisividades $\varepsilon_1 = 0,8$ y $\varepsilon_2 = 0,5$, y están mantenidas a temperaturas uniformes $T_1 = 800°K$ y $T_2 = 600°K$.
Determinar los flujos térmicos netos de radiación $q_{1(neto)}$ y $q_{2(neto)}$ entre las superficies de las placas.

RESOLUCIÓN

$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5,67.10^{-8} \times 800^4\ °K^4 = 23224\ W/m^2$

$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5,67.10^{-8} \times 600^4\ °K^4 = 7348\ W/m^2$

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + (\varepsilon_1/\rho_1) & -F_{12} \\ -F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1/\rho_1)\ E_{b1} \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\ E_{b2} \end{pmatrix}$$

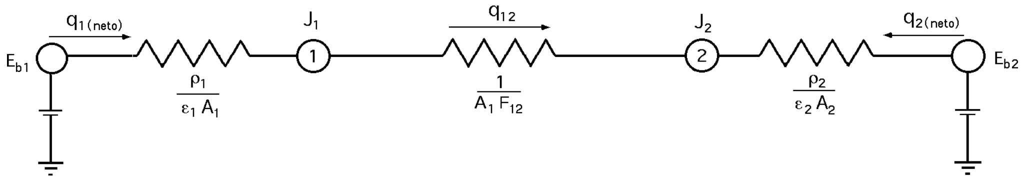
$F_{11} = F_{22} = 0$; $F_{11} + F_{12} = 1$; $F_{12} = 1$; $F_{21} = 1$

$$\begin{pmatrix} 1 + (0,8/0,2) & -1 \\ -1 & 1 + (0,5/0,5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,8/0,2) \times 23,224 \\ (0,5/0,5) \times 7,348 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} J_1 = 21,46\ (kW/m^2) \\ J_2 = 14,40\ (kW/m^2) \end{aligned}\right.$$

$$q_{1\ neta} = \frac{\varepsilon_1}{\rho_1}(E_{b1} - J_1) = \frac{0,8}{0,2}(23,224 - 21,46) = 7,056\ \frac{kW}{m^2}$$

$$q_{2\ neta} = \frac{\varepsilon_2}{\rho_2}(E_{b2} - J_2) = \frac{0,5}{0,5}(7,348 - 14,404) = -\ 7,056\ \frac{kW}{m^2}$$

De otra forma:



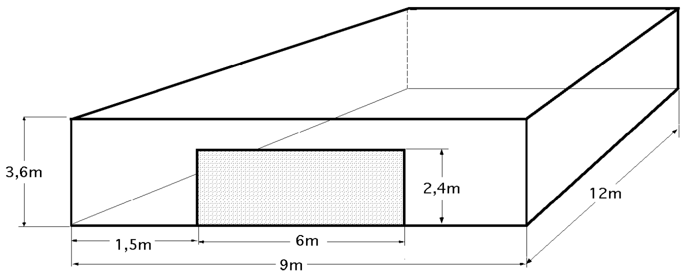
$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{23,224 - 7,348}{\dfrac{1}{0,8} + \dfrac{1}{0,5} - 1} = 7,056\ \frac{W}{m^2} = -\frac{q_{2(neta)}}{A_2}$$

****

VII.33.- Una nave industrial de 12 m de longitud, 9 m de anchura y 3,6 metros de altura, tiene una cristalera de (6 x 2,4) m^2 tal como se indica en la figura.
El local se calienta de forma que todo el suelo se convierte en un panel de calefacción radiante a 35°C, mientras que la cristalera está a 5°C.
Determinar:

a) El factor de forma entre el suelo y la cristalera.

b) El calor que se desprende del suelo a 35ºC considerando que todas las paredes y techo, se comportan como cuerpos negros a 25ºC, permaneciendo la cristalera a 5ºC.



c) El intercambio térmico entre el suelo 35ºC y la luna del escaparate 5ºC, consideradas como superficies negras, si se supone que todas las paredes y el techo se consideran rerradiantes. ¿Temperatura de las paredes y del techo?

d) Energía a comunicar al suelo para mantener constante la temperatura del escaparate 5ºC suponiéndolos como superficies grises de emisividades 0,8 y 0,3 respectivamente, (las paredes y el techo se consideran rerradiantes)

e) El intercambio térmico entre el suelo 35ºC y la luna del escaparate 5ºC, consideradas como superficies grises de emisividades 0,8 y 0,3 respectivamente, sin tener en cuenta el resto

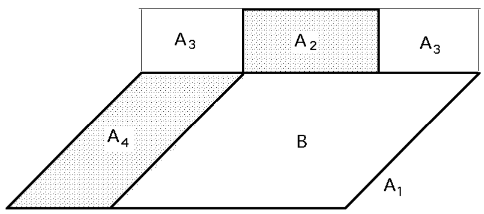
---

RESOLUCIÓN

a) Factor de forma entre el suelo y la cristalera.

$$F_{12} = \frac{B\ F_{B-23} - A_4\ F_{43}}{A_1} = \frac{[(7{,}5 \times 12) \times 0{,}075] - [(1{,}5 \times 12) \times 0{,}04]}{9 \times 12} = 0{,}0558$$

$$F_{1\text{-paredes}} = 1 - 0{,}0558 = 0{,}9442$$



b) El calor que se desprende del suelo considerando que todas las paredes, techo, suelo y cristalera se comportan como cuerpos negros a 25ºC.

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 308^4\ ºK^4 = 510{,}25\ W/m^2$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 278^4\ ºK^4 = 338{,}65\ W/m^2$$

Calor emitido por el suelo:

$$q_{emit} = A_1\ F_{12}\ \sigma\ (T_1^4 - T_2^4) + A_1\ F_{1\text{-pared}}\ \sigma\ (T_1^4 - T_{pared}^4) = A_1\ \sigma \{F_{12} (T_1^4 - T_2^4) + F_{1\text{-pared}}\ (T_1^4 - T_{pared}^4)\} =$$

$$= (12 \times 9)\ m^2 \times 5{,}67.10^{-8} \frac{W}{m^2\ ºK^4} \{0{,}0558\ (308^4 - 278^4) + 0{,}9442\ (308^4 - 298^4)\} = (1034{,}1 + 6435{,}3)\ W = 7470\ W$$

1034,1 W se corresponden con la cristalera; 6435,3 W se corresponden con las paredes

c) Intercambio térmico entre el suelo 35ºC y la luna del escaparate 5ºC, consideradas como superficies negras, si se supone que todas las paredes y el techo se consideran rerradiantes

$$F_{12}^* = \frac{A_2 - A_1\ F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2\ A_1\ F_{12}} = \frac{(2{,}4 \times 6) - (9 \times 12) \times 0{,}0558^2}{(9 \times 12) + (2{,}4 \times 6) - 2 \times (9 \times 12) \times 0{,}0558} = 0{,}127$$

$$q_{1(neta)} = A_1 F_{12}^* (E_{b1} - E_{b2}) = (9 \times 12)\ m^2 \times 0{,}127 \times 5{,}67.10^{-8} (308^4 - 278^4)\ ºK^4 = 2353\ W$$

Temperatura del techo y las paredes

$$T_R = \sqrt[4]{\frac{T_1^4\ A_1\ F_{1R} + T_2^4\ A_2\ F_{2R}}{A_1\ F_{1R} + A_2\ F_{2R}}} = \sqrt[4]{\frac{[308^4 \times (12 \times 9) \times 0{,}9442] + [278^4 \times (2{,}4 \times 6) \times 0{,}5815]}{(12 \times 9) \times 0{,}9442] + [(2{,}4 \times 6) \times 0{,}5815}} = 306ºK$$

d) Energía a comunicar al suelo para mantener constante su temperatura de 35ºC y la del escaparate 5ºC suponiéndolas como superficies grises de emisividades 0,8 y 0,3 respectivamente, (las paredes y el techo se consideran rerradiantes)

$$F_{12} = 0{,}0558\ ;\ F_{11} + F_{12} + F_{1R} = 1 \Rightarrow F_{1R} = 1 - 0{,}0558 = 0{,}9442$$

$$F_{21}+F_{22}+F_{2R}=1\ ;\ F_{21}=\frac{A_1}{A_2}F_{12}=\frac{12\times 9}{2{,}4\times 6}\times 0{,}0558=0{,}4185\ ;\ F_{2R}=1-0{,}4185=0{,}5815$$

$$q_{1(\text{neta})}=\frac{E_{b_1}-E_{b_2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}+R_{\text{equiv}}+\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}}=\left|\begin{array}{l} X=\dfrac{F_{12}}{F_{1R}}+\dfrac{A_1\,F_{12}}{A_2\,F_{2R}}=\dfrac{0{,}0588}{0{,}9442}+\dfrac{(9\times 12)\times 0{,}0558}{(6\times 2{,}4)\times 0{,}5815}=0{,}7788 \\ R_{\text{equiv}}=\dfrac{X}{(X+1)\,A_1\,F_{12}}=\dfrac{0{,}7788}{(0{,}7788+1)\times(9\times 12)\times 0{,}0558}=0{,}07265 \end{array}\right|=$$

$$=\frac{5{,}67.10^{-8}\,(308^4-278^4)}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8\times(9\times 12)}+0{,}07265+\dfrac{0{,}7}{0{,}3\times(6\times 2{,}4)}}=724\ \text{W}$$

e) El intercambio térmico directo entre el suelo a 35ºC y la luna del escaparate a 5ºC, consideradas como superficies grises de emisividades 0,8 y 0,3 respectivamente es:

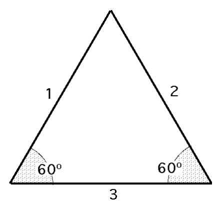
$$q_{1(\text{neta})}=\frac{E_{b_1}-E_{b_2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}+\dfrac{1}{A_1\,F_{12}}+\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}}=\frac{5{,}67.10^{-8}\,(308^4-278^4)\,^{\circ}\text{K}^4}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8\times(9\times 12)}+\dfrac{1}{(9\times 12)\times 0{,}0558}+\dfrac{0{,}7}{0{,}3\times(6\times 2{,}4)}}=519{,}6\ \text{W}$$

****

VII.34.- Un recinto en forma de triángulo equilátero, de gran longitud, de superficies opacas, grises, emisores difusos y reflectoras difusas, tiene las siguientes emisividades, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0{,}8$; $\varepsilon_3=0{,}5$ y temperaturas, $T_1=800°K$; $T_2=600°K$; $T_3=300°K$
Determinar los flujos térmicos netos $q_{1(neto)}$, $q_{2(neto)}$, $q_{3(neto)}$.

RESOLUCIÓN

$$\begin{pmatrix} 1-F_{11}+\dfrac{\varepsilon_1}{\rho_1} & -F_{12} & -F_{13} \\ -F_{21} & 1-F_{22}+\dfrac{\varepsilon_2}{\rho_2} & -F_{23} \\ -F_{31} & -F_{32} & 1-F_{33}+\dfrac{\varepsilon_3}{\rho_3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{\varepsilon_1}{\rho_1}E_{b1} \\ \dfrac{\varepsilon_2}{\rho_2}E_{b2} \\ \dfrac{\varepsilon_3}{\rho_3}E_{b3} \end{pmatrix}$$



$$F_{11}=F_{22}=F_{33}=0\ ;\ F_{11}+F_{12}+F_{13}=1\ ;\ F_{12}+F_{13}=1\ ;\ F_{12}=F_{13}=0{,}5=F_{21}=F_{31}$$

$$E_{b\,1}=\sigma\,T_1^4=5{,}67.10^{-8}\times 800^4\ ^{\circ}\text{K}^4=23224\ \text{W/m}^2$$

$$E_{b\,2}=\sigma\,T_2^4=5{,}67.10^{-8}\times 600^4\ ^{\circ}\text{K}^4=7348\ \text{W/m}^2$$

$$E_{b\,3}=\sigma\,T_3^4=5{,}67.10^{-8}\times 300^4\ ^{\circ}\text{K}^4=459\ \text{W/m}^2$$

$$\begin{pmatrix} 1-0+(0{,}8/0{,}2) & -0{,}5 & -0{,}5 \\ -0{,}15 & 1-0+(0{,}8/0{,}2) & -0{,}5 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 1-0+(0{,}5/0{,}5) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} (0{,}8/0{,}2)\times 23{,}224\ \text{kW/m}^2 \\ (0{,}8/0{,}2)\times 7{,}348\ \text{kW/m}^2 \\ (0{,}5/0{,}5)\times 0{,}459\ \text{kW/m}^2 \end{pmatrix}\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} J_1=20{,}187\ \text{kW/m}^2 \\ J_2=8{,}641\ \text{kW/m}^2 \\ J_3=7{,}436\ \text{kW/m}^2 \end{array}\right.$$

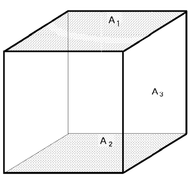
$$q_{1(\text{neta})}=\frac{\varepsilon_1}{\rho_1}\,(E_{b\,1}-J_1)=\frac{0{,}8}{0{,}2}\,(23{,}224-20{,}187)=12{,}148\ \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

$$q_{2(\text{neta})}=\frac{\varepsilon_2}{\rho_2}\,(E_{b\,2}-J_2)=\frac{0{,}8}{0{,}2}\,(7{,}348-8{,}641)=-5{,}172\ \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

$$q_{3(\text{neta})}=\frac{\varepsilon_3}{\rho_3}\,(E_{b\,3}-J_3)=\frac{0{,}5}{0{,}5}\,(0{,}459-7{,}436)=-6{,}977\ \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

****

VII.35.- En un recinto con forma de cubo, la pared más alta se mantiene a $T_1=800°K$ y tiene una emisividad $\varepsilon_1=0{,}8$, mientras que la base está a $T_2=600°K$ y tiene una emisividad $\varepsilon_2=0{,}8$; las caras laterales son superficies rerradiantes.
Determinar el flujo neto de calor radiante en la superficie más elevada.



RESOLUCIÓN

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + \dfrac{\varepsilon_1}{\rho_1} & -F_{12} & -F_{13} \\ -F_{21} & 1 - F_{22} + \dfrac{\varepsilon_2}{\rho_2} & -F_{23} \\ -F_{31} & -F_{32} & 1 - F_{33} + \dfrac{\varepsilon_3}{\rho_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\varepsilon_1}{\rho_1} E_{b1} \\ \dfrac{\varepsilon_2}{\rho_2} E_{b2} \\ \dfrac{\varepsilon_3}{\rho_3} E_{b3} \end{pmatrix}$$

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 800^4 \,{}^{\circ}K^4 = 23224 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 600^4 \,{}^{\circ}K^4 = 7348 \text{ W/m}^2$$

$$F_{11} = 0 \;\;;\;\; F_{12} = F_{21} = 0{,}2 \;\;;\;\; F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \;\;;\;\; F_{13} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$$

$$F_{22} = 0 \;\;;\;\; F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \;\;;\;\; F_{23} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$$

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1 \;\;;\;\; F_{31} = F_{32} = \frac{A_2}{A_3} F_{23} = \frac{A_1}{4\,A_1} F_{23} = 0{,}2$$

$$F_{33} = 1 - F_{31} + F_{32} = 1 - 0{,}2 - 0{,}2 = 0{,}6$$

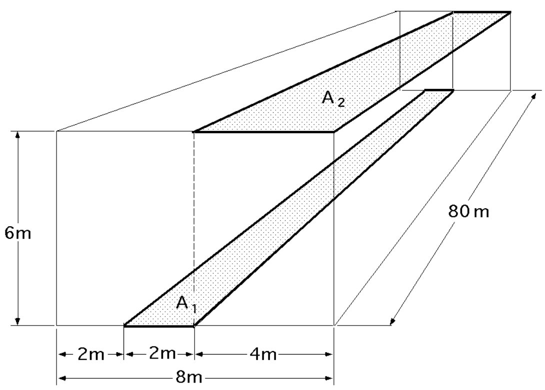
$$\begin{pmatrix} 1 - 0 + (0{,}8/0{,}2) & -0{,}2 & -0{,}8 \\ -0{,}2 & 1 - 0 + (0{,}8/0{,}2) & -0{,}8 \\ -0{,}2 & -0{,}2 & 1 - 0{,}6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0{,}8/0{,}2) \times 23{,}224 \text{ (kW/m}^2) \\ (0{,}8/0{,}2) \times 7{,}348 \text{ (kW/m}^2) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 21{,}392 \text{ (kW/m}^2) \\ J_2 = 9{,}179 \text{ (kW/m}^2) \\ J_3 = 15{,}286 \text{ (kW/m}^2) \end{cases}$$

$$q_{1(\text{neta})} = \frac{\varepsilon_1}{\rho_1} (E_{b1} - J_1) = \frac{0{,}8}{0{,}2} (23{,}224 - 21{,}392) \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 7{,}33 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

$$q_{2(\text{neta})} = \frac{\varepsilon_2}{\rho_2} (E_{b2} - J_2) = \frac{0{,}8}{0{,}2} (7{,}348 - 9{,}179) \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = -7{,}33 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

Temperatura de la zona rerradiante: $T_3 = \sqrt[4]{\dfrac{J_3}{\sigma}} = \sqrt[4]{\dfrac{15286}{5{,}67 \times 10^{-8}}} = 720\,{}^{\circ}K = \boxed{447\,{}^{\circ}C}$

****



VII.36.- Una nave industrial tiene las siguientes dimensiones: Longitud = 80 m; anchura = 8 m; altura = 6 m.

La fracción A_2 del techo se calienta mediante paneles solares y se mantienen a 40°C

En la fracción A_1 del suelo, a 20°C, se instala maquinaria.

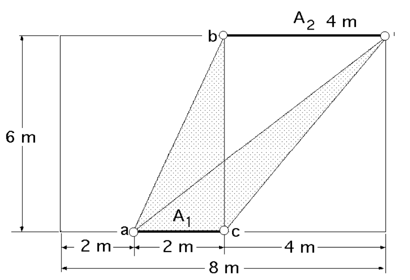
Determinar

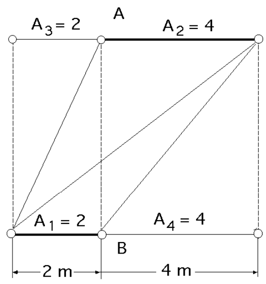
a) El calor intercambiado entre las superficies A_1 y A_2 en el supuesto de considerarlas de emisividades 0,8 y 0,4 respectivamente.

b) El calor intercambiado "directamente" entre (1) y (2)

c) La temperatura de las paredes

RESOLUCIÓN





CALCULO DEL FACTOR DE FORMA F_{12}

Al ser la longitud (80 m), mucho mayor que las otras dimensiones, se pueden despreciar los efectos de borde y aplicar el método de Höttel.

$$F_{12} = \frac{\{(ad) + (bc)\} - \{(ab) + (cd)\}}{2\,(ac)} = \left| \begin{array}{l} (ac) = 2 \text{ m} \;\;;\;\; (bc) = 6 \text{ m} \\ (ab) = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6{,}324 \text{ m} \\ (cd) = \sqrt{6^2 + 4^2} = 7{,}211 \text{ m} \\ (ad) = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}485 \text{ m} \end{array} \right| = \frac{\{8{,}485 + 6\} - \{6{,}324 + 7{,}211\}}{2 \times 2} = 0{,}2374$$

Si los efectos de borde no se desprecian:

$$A\ F_{AB} = A_3\ F_{31} + A_3\ F_{34} + A_2\ F_{21} + A_2\ F_{24} = A_3\ F_{31} + 2\,A_3\ F_{34} + A_2\ F_{24} =$$

$$= \left| \begin{array}{c} \text{Por simetría: } A_3 = A_1\ ;\ A_2 = A_4 \\ A_3\,F_{34} = A_2\,F_{21} = A_1\,F_{12} \Rightarrow F_{34} = F_{12} \end{array} \right| = A_3\ F_{31} + 2\,A_3\ F_{12} + A_2\ F_{24}$$

$$F_{12} = \frac{A\ F_{AB} - A_3\ F_{31} - A_2\ F_{24}}{2\ A_1} = \frac{(6 \times 0{,}39) - (2 \times 0{,}158) - (4 \times 0{,}127)}{2 \times 2} = 0{,}236 \text{, siendo:}$$

$$F_{AB} = \left| \begin{array}{l} X = \frac{80}{6} = 13{,}33 \\ Y = \frac{6}{6} = 1 \end{array} \right| = 0{,}39\ ;\ F_{31} = \left| \begin{array}{l} X = \frac{80}{6} = 13{,}33 \\ Y = \frac{2}{6} = 0{,}33 \end{array} \right| = 0{,}158\ ;\ F_{24} = \left| \begin{array}{l} X = \frac{80}{6} = 13{,}33 \\ Y = \frac{4}{6} = 0{,}66 \end{array} \right| = 0{,}27$$

a) Calor intercambiado entre las superficies A_1 y A_2 en el supuesto de considerarlas de emisividades 0,8 y 0,4 respectivamente.

$$E_{b1} = \sigma\, T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 293^4\ {}^oK^4 = 417{,}88\ W/m^2$$

$$E_{b2} = \sigma\, T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 313^4\ {}^oK^4 = 544{,}2\ W/m^2$$

$$A_1\ F_{12}^* = A_1\ F_{12} + \frac{1}{\frac{A_1}{F_{2R}\ A_2} + \frac{1}{F_{1R}\ A_1}} = \left| \begin{array}{l} F_{11} + F_{12} + F_{1R} = 1\quad ;\quad F_{1R} = 1 - 0{,}237 = 0{,}763 \\ F_{21} + F_{22} + F_{2R} = 1\quad ;\quad F_{21} = \frac{A_1}{A_2}\,F_{12} = \frac{2}{4}\,0{,}237 = 0{,}1185 \\ F_{2R} = 1 - F_{21} = 1 - 0{,}1185 = 0{,}8815 \end{array} \right| =$$

$$= (2 \times 0{,}237) + \frac{1}{\frac{1}{4 \times 0{,}8815} + \frac{1}{2 \times 0{,}763}} = 1{,}54$$

$$q_{12}^* = \frac{E_{b2} - E_{b1}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1\ F_{12}^*} + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{544{,}2 - 417{,}88}{\frac{0{,}2}{2 \times 0{,}8} + \frac{1}{1{,}54} + \frac{0{,}6}{0{,}4 \times 4}} = -\,q_{1(neta)} = q_{2(neta)} = 109{,}9\ \frac{W}{m}$$

$$Q_{12}^* = 109{,}9\ \frac{W}{m} \times 80\ m = 8790\ W$$

B) Calor intercambiado "directamente" entre (1) y (2), (q_{12})

$$q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1}} \Rightarrow J_1 = E_{b1} - \frac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1}\,q_{1(neta)} = 417{,}88 - \frac{0{,}2}{0{,}8 \times 2} \times 109{,}87\ W = 431{,}6\ \frac{W}{m}$$

$$q_{2(neta)} = \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{\rho_2}{\varepsilon_2\ A_2}} \Rightarrow J_2 = E_{b2} - \frac{\rho_2}{\varepsilon_2\ A_2}\,q_{2(neta)} = 544{,}20 - \frac{0{,}6}{0{,}4 \times 4} \times 109{,}87\ W = 503\ \frac{W}{m}$$

$$q_{12} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1\ F_{12}}} = A_1\ F_{12}\ (J_2 - J_1) = (2 \times 0{,}237) \times (503 - 431{,}6) = 33{,}83\ \frac{W}{m}$$

$$Q_{12} = 33{,}83\ \frac{W}{m} \times 80\ m = 2707{,}5\ W$$

c) Temperatura de las paredes

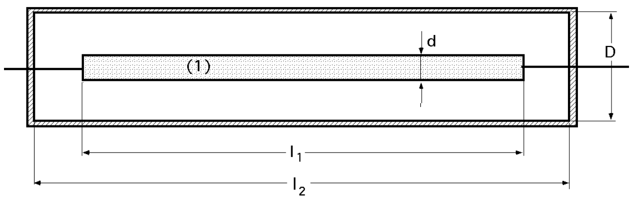
$$T_R = \sqrt{\frac{J_1\ A_1\ F_{1R} + J_2\ A_2\ F_{2R}}{\sigma\,(A_1\ F_{1R} + A_2\ F_{2R})}} = \sqrt{\frac{(431{,}6 \times 2 \times 0{,}763) + (503 \times 4 \times 0{,}8815)}{\sigma\,[(2 \times 0{,}763) + (4 \times 0{,}8815)]}} = 303{,}55{}^oK$$

****

VII.37.- Una varilla cilíndrica maciza metálica, de diámetro d=5 mm y longitud l=100 mm, se introduce en una cámara de ensayos, también cilíndrica, de diámetro D=100 mm y longitud L=500 mm en la que se ha hecho el vacío. Por la varilla a ensayar se hace circular una corriente eléctrica que eleva su temperatura a 1000°C, consumiendo una potencia de 80 W.

Las paredes de la cámara de ensayos tienen una temperatura uniforme de 20°C.

Determinar la emisividad ε de la varilla a ensayar en los siguientes supuestos:



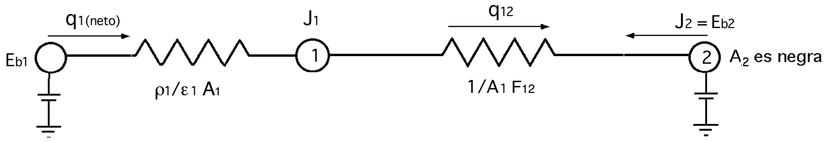
a) La cámara de ensayos se supone está conformada por superficies negras
b) La cámara de ensayos se supone está conformada por superficies grises, siendo su emisividad $\varepsilon_{cámara}$= 0,8.

RESOLUCIÓN

$(A_1 = 0{,}00159\ m^2\ ;\ T_1 = 1273ºK)\quad ;\quad (A_2 = 0{,}1728\ m^2\ ;\ T_2 = 293ºK)$

$$F_{12} = 1\ ;\ F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\pi\, d\, l_1 + 2\, \frac{\pi\, d^2}{4}}{\pi\, D\, l_2 + 2\, \frac{\pi\, D^2}{4}} = \frac{(2 \times 0{,}005 \times 0{,}1) + 0{,}00\,5^2}{(2 \times 0{,}1^2 \times 0{,}5) + 0{,}1^2} = 0{,}05125$$

a) Emisividad ε de la varilla a ensayar cuando la cámara de ensayos (2) se supone está conformada por superficies negras



$$q_{12} = q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{J_1 - E_{b2}}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}}} A_1 = \sigma\, \varepsilon_1\, A_1\, (T_1^4 - T_2^4)$$

$80\ W = 5{,}67.10^{-8}\, \varepsilon_1 (1590.10^{-3}\ m^2)\ (1293^4 - 293^4)ºK^4 \ \Rightarrow\ \varepsilon_1 = 0{,}3387$

b) Emisividad ε de la varilla a ensayar si la cámara de ensayos se supone está conformada por superficies grises, siendo su emisividad $\varepsilon_{cámara}$= 0,8.

$$q_{12} = q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{F_{12} A_1} + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{\rho_2 A_1}{\varepsilon_2 A_2}} A_1 =$$

$$= \frac{5{,}67.10^{-8} (1273^4 - 293^4) \times 1{,}5904.10^{-3}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{0{,}2\ (1{,}5904.10^{-3})}{0{,}8 \times 0{,}1728}} = 80\ W \ \Rightarrow\ \varepsilon_1 = 0{,}34$$

que casi coincide con la anterior y que es debido a que $A_2 >> A_1$ por lo que A_1 se comporta como un cuerpo negro.

De otra forma:

$$q_{1(neta)} = \sigma\, A_1\, \varepsilon_1\, F_{12}\, T_1^4 - \sigma\, A_2\, \varepsilon_2\, F_{21}\, T_2^4 = \sigma\, [A_1\, \varepsilon_1\, F_{12}\, T_1^4 - A_2\, \varepsilon_2\, F_{21}\, T_2^4] =$$

$$= 5{,}67.10^{-8} \{(1{,}59.10^{-3} \times \varepsilon_1 \times 1 \times 1273^4) - (0{,}1728 \times 0{,}8 \times 0{,}05125 \times 293^4)\} = 80\ W \ \Rightarrow\ \varepsilon_1 = 0{,}35$$

c) Radiosidades de las superficies A_1 y A_2 en el supuesto (a)

$$q_{1(neta)} = 80\ W = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \left| \begin{array}{l} E_{b1} = 148900\ (W/m^2) \\ E_{b2} = 417{,}88\ (W/m^2) \end{array} \right| = \frac{148900 - J_1}{\frac{1 - 0{,}3387}{0{,}3387 \times (1{,}59.10^{-3})}} \ \Rightarrow\ J_1 = 50662{,}75\ \frac{W}{m^2} = 80{,}55\ W$$

$J_2 = E_{b2}$ (cuerpo negro) $\Rightarrow\ \varepsilon_2 = 1\ ;\ J_2 = 417{,}88\ (W/m^2)$

d) Radiosidades de las superficies A_1 y A_2 en el supuesto (b): $q_{1(neta)} = \dfrac{E_{b1} - J_1}{\frac{\rho_1}{A_1 \varepsilon_1}} = \dfrac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} = \dfrac{J_2 - E_{b2}}{\frac{\rho_2}{A_2 \varepsilon_2}}$

$$80\ W = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{148900 - J_1}{\frac{0{,}66}{0{,}34 \times 1{,}59.10^{-3}}} \ \Rightarrow\ J_1 = 51.230\ \frac{W}{m^2} = 81{,}45\ W$$

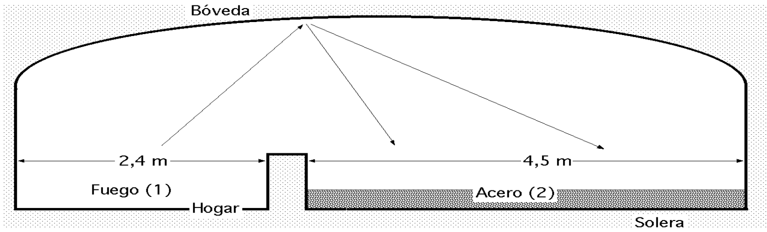
$$80\ W = \frac{J_2 - E_{b2}}{\frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{J_2 - 417{,}88}{\frac{0{,}2}{0{,}8 \times 0{,}1728}} \ \Rightarrow\ J_2 = 1266{,}8\ \frac{W}{m^2} = 218{,}9\ W$$

e) Refrigeración de la cámara: $q_{2(neta)} = \dfrac{J_2 - E_{B2}}{\frac{\rho_2}{A_2 \varepsilon_2}} = 80\ W$

****

VII.38.- En el horno que se muestra en la figura, el fuego del hogar se encuentra a 1350°C y se comporta como un cuerpo gris convexo de emisividad e_1=0,7, mientras que la solera donde se encuentra el acero se halla a 800°C,

comportándose como un cuerpo gris plano de ε_2=0,8. El hogar (fuego) y la solera (acero), se hallan separados por una pared, de forma que no se ven entre sí, mientras que el resto de las superficies se comportan como paredes re-rradiantes no conductoras.
Determinar:
a) El intercambio térmico entre el fuego y el acero, por unidad de anchura del horno
b) La temperatura de la bóveda del horno



RESOLUCIÓN

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 1623^4 \,{}^oK^4 = 393420 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5{,}67.10^{-8} \times 1073^4 \,{}^oK^4 = 75160 \text{ W/m}^2$$

$$F_{11} = 0 \;\;;\;\; F_{12} = 0 \;\;;\;\; F_{11} + F_{12} + F_{1R} = 1 \;\Rightarrow\; F_{1R} = 1$$

$$F_{22} = 0 \;\;;\;\; A_1 F_{12} = A_2 F_{21} = 0 \;\;;\;\; F_{21} = 0 \;\;;\;\; F_{21} + F_{22} + F_{2R} = 1 \;\Rightarrow\; \boxed{F_{2R} = 1}$$

$$F_{12}^* = F_{12} + \frac{A_2 F_{1R} F_{2R}}{A_1 F_{1R} + A_2 F_{2R}} = 0 + \frac{A_2}{A_1 + A_2} = \frac{4{,}5}{2{,}4 + 4{,}5} = 0{,}652$$

a) Intercambio térmico entre el fuego y el acero, por unidad de anchura del horno

$$q_{1neta} = q_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}^*} + \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{393420 - 75160}{\dfrac{0{,}3}{0{,}7 \times 2{,}4} + \dfrac{1}{2{,}4 \times 0{,}652} + \dfrac{0{,}2}{0{,}8 \times 4{,}5}} = 364{,}485 \frac{\text{kW}}{\text{m}}$$

b) Temperatura de la bóveda del horno

Cálculo de las radiosidades

$$q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - J_1}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} \;\Rightarrow\; J_1 = E_{b1} - q_{1(neta)} \frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} = 393420 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} - 364485 \text{ W} \frac{0{,}3}{0{,}7 \times 2{,}4} \frac{1}{\text{m}^2} = 328334 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$q_{2(neta)} = \frac{E_{b2} - J_2}{\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} \;\Rightarrow\; J_2 = E_{b2} - q_{2(neta)} \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2} = 75160 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} + 364485 \text{ W} \frac{0{,}2}{0{,}8 \times 4{,}5} \frac{1}{\text{m}^2} = 95408{,}3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$T_R = \sqrt[4]{\frac{J_1 A_1 F_{1R} + J_2 A_2 F_{2R}}{\sigma (A_1 F_{1R} + A_2 F_{2R})}} = \sqrt[4]{\frac{(328334 \times 2{,}4 \times 1) + (95408{,}3 \times 4{,}5 \times 1)}{\sigma (2{,}4 + 4{,}5)}} = 1328^oK = 1055^oC$$

****

VII.39.- Se tienen dos planos paralelos de dimensiones (7 x 5) m, separados una distancia de 4 metros por un medio gaseoso que a efectos térmicos no participa en el proceso. El plano superior A está a una temperatura T_A = 400ºC y tiene una emisividad ε_A = 0,8 El plano inferior B está a una temperatura T_B = 20ºC y tiene una emisividad ε_B = 0,4
Determinar
a) El calor extraído del plano B para mantener constante su temperatura
b) Si se coloca un plano C de las mismas dimensiones que los planos A y B, de ε_C = 0,7, entre los dos planos citados, a una distancia equidistante de 2 m, se desea saber el calor extraído en B para mantener constante la temperatura T_B.
c) Temperatura del plano C.

RESOLUCIÓN

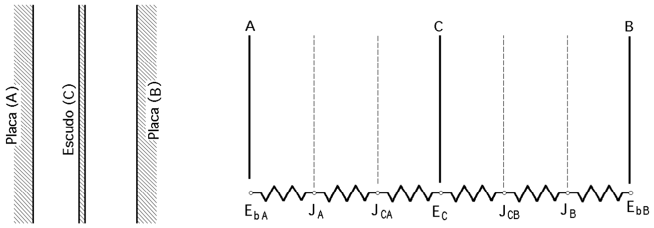
$$F_{AB} = \left| \begin{matrix} L/D = 7/4 = 1{,}75 \\ h/D = 5/4 = 1{,}25 \end{matrix} \right| = 0{,}3$$

$$E_{bA} = 11.631{,}7\ \frac{W}{m^2}\quad ;\quad E_{bB} = 417{,}9\ \frac{W}{m^2}\quad ;\quad A_A = A_B = A = 35\ m^2$$

a) Calor extraído del plano B para mantener constante su temperatura

$$q_{A(neta)} = \frac{E_{bA} - E_{bB}}{\dfrac{\rho_A}{\varepsilon_A A_A} + \dfrac{1}{A_A F_{AB}} + \dfrac{\rho_B}{\varepsilon_B A_B}} = \frac{A\,(E_{bA} - E_{bB})}{\dfrac{\rho_A}{\varepsilon_A} + \dfrac{1}{F_{AB}} + \dfrac{\rho_B}{\varepsilon_B}} = \frac{35\ m^2 \times (11.631{,}7 - 417{,}9)\ \dfrac{W}{m^2}}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}3} + \dfrac{0{,}6}{0{,}4}} = 77.209\ W$$

b) Se coloca un plano C de las mismas dimensiones que los planos A y B, de $\varepsilon_C = 0{,}7$, entre ellos, a una distancia equidistante de 2 m; se desea saber el calor extraído en B para mantener constante la temperatura T_B.



$$F_{AC} = \left| \begin{matrix} L/D = 7/2 = 3{,}5 \\ h/D = 5/2 = 2{,}5 \end{matrix} \right| = 0{,}54$$

$$q_{A(neta)} = \frac{E_{bA} - E_{bB}}{\dfrac{\rho_A}{\varepsilon_A} + \dfrac{2}{F_{AC}} + \dfrac{2\,\rho_C}{\varepsilon_C} + \dfrac{\rho_B}{\varepsilon_B}}\ A = \frac{(11631{,}7 - 417{,}9)\ \dfrac{W}{m^2}}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8} + \dfrac{2}{0{,}54} + \dfrac{2 \times 0{,}3}{0{,}7} + \dfrac{0{,}6}{0{,}4}}\ 35\ m^2 = 62230\ W = -\,q_{B(neta)}$$

c) Temperatura del plano C

$$q_{A(neta)} = \frac{A\,(E_{bA} - E_{bC})}{\dfrac{\rho_A}{\varepsilon_A} + \dfrac{1}{F_{AC}} + \dfrac{\rho_C}{\varepsilon_C}} = \frac{35\ m^2 \times (11.631{,}7 - E_{bC})\ \dfrac{W}{m^2}}{\dfrac{0{,}2}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}54} + \dfrac{0{,}3}{0{,}7}} = \frac{(11.631{,}7 - E_{bC})\ W}{2{,}53} = 62.230\ W$$

$$E_{bC} = 7133{,}36\ W = \sigma\,T_C^4 \quad \Rightarrow \quad T_C = \sqrt[4]{\frac{7133{,}36}{5{,}67.10^{-8}}} = 595{,}5ºK = 322{,}5ºC$$

VII.40.- Se dispone de dos discos paralelos, con sus centros sobre el mismo eje, separados una distancia de 75 mm. El disco (1) tiene un diámetro de 75 mm y está a 200°C, y el disco (2) tiene un diámetro de 50 mm y se encuentra a una temperatura de 90°C.

Determinar:

A) El intercambio térmico entre los discos (el medio que los separa es transparente a la radiación)

B) La energía a aplicar a cada superficie para mantener su temperatura

en los siguientes supuestos:

a) Los discos se comportan como superficies negras (el medio que los separa es transparente a la radiación)

b) Los discos se comportan como superficies negras (el medio que los separa es rerradiante)

c) Los discos se comportan como cuerpos grises de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}7$, y están introducidos en un medio rerradiante.

RESOLUCIÓN

$$X = \frac{a}{C} = \frac{25}{75} = 0{,}33\quad ;\quad Y = \frac{c}{b} = \frac{75}{37{,}5} = 2\quad ;\quad Z = 1 + (1 + X^2)\,Y^2 = 1 + (1 + 0{,}33^2)\,2^2 = 5{,}44$$

$$F_{A_1 \to A_2} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\ X^2\,Y^2}}{2} = \frac{5{,}44 - \sqrt{5{,}44^2 - (4 \times 0{,}33^2 \times 2^2)}}{2} = 0{,}0812$$

Aa) Intercambio térmico entre los dos discos si se comportan como superficies negras (el medio que los separa es transparente a la radiación)

$$q_{12} = A_1 F_{12} (E_{b_1} - E_{b_2}) = \frac{\pi \times 0{,}075^2}{4} \times 0{,}08 \times 5{,}67.10^{-8} (473^4 - 363^4) = 0{,}655 \text{ W}$$

Ba) Energía a aplicar a cada superficie para mantener su temperatura, si los discos se comportan como superficies negras (el medio que les separa es transparente a la radiación)

$$q_{1(\text{neta})} = q_{1(\text{emitida})} - q_{1(\text{absorbida})} = A_1 (E_{b_1} - F_{12} E_{b_2}) = \frac{\pi \times 0{,}075^2}{4} \times 0{,}08 \times 5{,}67.10^{-8} \{473^4 - (0{,}08 \times 363^4)\} = 12{,}19 \text{ W}$$

$$q_{1(\text{neta})} = A_2 (E_{b_2} - F_{21} E_{b_1}) = \left| F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{75^2}{50^2} \times 0{,}08 = 0{,}18 \right| = \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} \times 5{,}67.10^{-8} \{363^4 - (0{,}18 \times 473^4)\} = 0{,}93 \text{ W}$$

Ab) Intercambio térmico entre los dos discos si se comportan como superficies negras (el medio que los separa es rerradiante)

$$q_{12}^* = A_1 F_{12}^* (E_{b_1} - E_{b_2}) =$$

$$= \left| F_{12}^* = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2 A_1 F_{12}} = \frac{(1{,}963.10^{-3}) - (4{,}418.10^{-3} \times 0{,}08^2)}{(4{,}418.10^{-3}) + (1{,}963.10^{-3}) - (2 \times 4{,}418.10^{-3} \times 0{,}08^2)} = 0{,}341 \right| =$$

$$= 4{,}418.10^{-3} \times 0{,}341 \times 5{,}67.10^{-8} (473^4 - 363^4) = 2{,}79 \text{ W}$$

Bb) Energía a aplicar a cada superficie para mantener su temperatura, si los discos se comportan como superficies negras, (el medio que los separa es rerradiante)

$$q_{1(\text{neta})}^* = q_{12}^* = 2{,}79 \text{ W}$$

Temperatura del medio exterior rerradiante si los dos discos se comportan como superficies negras

$$T_{\text{medio exterior}} = \sqrt[4]{\frac{T_1^4 A_1 F_{1R} + T_2^4 A_2 F_{2R}}{A_1 F_{1R} + A_2 F_{2R}}} = \left| \begin{matrix} F_{11} + F_{12} + F_{1R} = 1 \ ; \quad F_{1R} = 0{,}92 \\ F_{21} + F_{22} + F_{2R} = 1 \ ; \quad F_{2R} = 0{,}82 \end{matrix} \right| =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{(473^4 \times 4{,}418.10^{-3} \times 0{,}921) + (363^4 \times 1{,}963.10^{-3} \times 0{,}82)}{(4{,}418.10^{-3} \times 0{,}921) + (1{,}963.10^{-3} \times 0{,}82)}} = 449{,}4^\circ\text{K} = 176{,}4^\circ\text{C}$$

Ac) Intercambio térmico entre los dos discos si se comportan como cuerpos grises de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}7$, y están introducidos en un medio rerradiante.

$$q_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma (473^4 - 363^4)}{\dfrac{0{,}3}{0{,}7 \times 4{,}418.10^{-3}} + \dfrac{1}{4{,}418.10^{-3} \times 0{,}341} + \dfrac{0{,}3}{0{,}7 \times 1{,}963.10^{-3}}} = 1{,}893 \text{ W}$$

Bc) Energía a aplicar a cada superficie para mantener su temperatura, si los dos discos se comportan como superficies grises $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}7$ (el medio que las separa es rerradiante) : $q_{1(\text{neta})} = - q_{2(\text{neta})} = q_{12} = 1{,}893 \text{ W}$

Temperatura del medio exterior rerradiante si los discos se comportan como superficies grises $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}7$

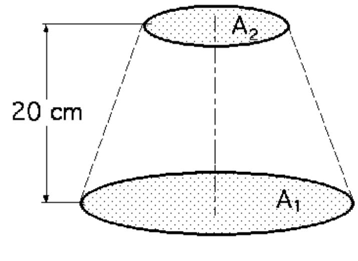
Hay que determinar las radiosidades de las superficies

$$q_{1(\text{neta})} = \frac{E_{b1} - J_1}{\rho_1 / \varepsilon_1 A_1} \Rightarrow J_1 = E_{b1} - q_{1(\text{neta})} \frac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} = 473^4 \sigma - 1{,}893 \frac{0{,}3}{0{,}7 \times 4{,}418.10^{-3}} = 2654{,}5 \text{ W}$$

$$q_{2(\text{neta})} = \frac{J_2 - E_{b2}}{\rho_2 / \varepsilon_2 A_2} \Rightarrow J_2 = E_{b2} + q_{2(\text{neta})} \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2} = 363^4 \sigma - 1{,}893 \frac{0{,}3}{0{,}7 \times 1{,}963.10^{-3}} = 1397{,}7 \text{ W}$$

$$T_{\text{medio ext}} = \sqrt[4]{\frac{J_1 A_1 F_{1R} + J_2 A_2 F_{2R}}{\sigma (A_1 F_{1R} + A_2 F_{2R})}} = \sqrt[4]{\frac{(2654{,}5 \times 4{,}418.10^{-3} \times 0{,}92) + (1397{,}7 \times 1{,}963.10^{-3} \times 0{,}82)}{\sigma \{(4{,}418.10^{-3} \times 0{,}92) + (1{,}963.10^{-3} \times 0{,}82)\}}} = 448{,}68^\circ\text{K} = 175{,}68^\circ\text{C}$$

****



VII.41.- Se dispone de 2 discos paralelos, separados 20 cm, tal como se indica en la figura. El disco A_1 tiene un radio $R_1 = 40$ cm y una temperatura de 200ºC; $\varepsilon_1 = 0{,}7$. El disco A_2 tiene un radio $R_2 = 20$ cm y una temperatura de 90ºC; $\varepsilon_2 = 0{,}5$

Determinar

2a) El intercambio térmico entre los discos si el medio que los separa, incluido el medio exterior, es transparente a la radiación y la energía que se pierde al exterior

2b) La energía a aplicar a cada disco en las condiciones del apartado (2a) para

mantener constante su temperatura.
2c) El intercambio térmico entre los discos si el medio exterior es rerradiante y la energía que se pierde al exterior
2d) La energía a aplicar a cada disco en las condiciones del apartado (2c) para mantener constante su temperatura; temperatura del medio exterior.

RESOLUCIÓN

$$F_{12} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\,X^2 Y^2}}{2} = \left| \begin{array}{l} X = a/c = 0{,}2/0{,}2 = 1 \;;\; Y = c/b = 0{,}2/0{,}4 = 0{,}5 \\ Z = 1 + (1 + X^2)\,Y^2 = 1 + (1+1) \times 0{,}5^2 = 1{,}5 \end{array} \right| = \frac{1{,}5 - \sqrt{1{,}5^2 - (4 \times 1^2 \times 0{,}5^2)}}{2} = 0{,}191$$

La Tabla de factores deforma es:

	1	2	3
1	0	0,191	0,809
2	0,764	0	0,236
3	0,763	0,056	0,181

$$\text{Las secciones son: } \begin{cases} A_1 = \pi\, r_1^2 = \pi \times 0{,}4^2 = 0{,}5057 \text{ m}^2 \;;\; A_2 = \pi\, r_2^2 = \pi \times 0{,}2^2 = 0{,}126 \text{ m}^2 \\ A_3 = 2\pi\,\hat{r}\,L = \left\{ L = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28{,}28 \text{ cm} \;;\; \hat{r} = 30 \text{ cm} \right\} = 2\,\pi \times 0{,}3 \times 0{,}2828 = 0{,}533 \text{ m}^2 \end{cases}$$

en donde el medio exterior se ha sustituido por la superficie lateral A_3

2a) Intercambio térmico entre los discos si el medio que los separa, incluido el medio exterior, es transparente a la radiación

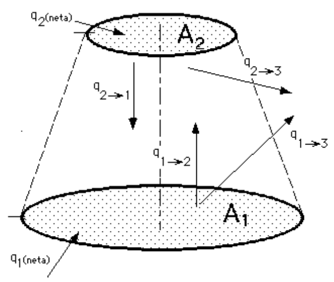
$$q_{12} = q_{1\to 2} - q_{2\to 1} = \left| \begin{array}{l} q_{1\to 2} = A_1\, F_{12}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} \\ q_{2\to 1} = A_2\, F_{21}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} = A_1\, F_{12}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} \end{array} \right| = A_1\, F_{12}\, (\varepsilon_1\, E_{b_1} - \varepsilon_2\, E_{b_2}) =$$
$$= 0{,}5027 \times 0{,}191\, (\,0{,}7 \times 473^4 - 0{,}5 \times 363^4)\, 5{,}67.10^{-8} = 190{,}75 - 47{,}38 = 143{,}36 \text{ W}$$

Energía que se pierde al exterior:

$$q_{ext} = q_{1\to 3} + q_{2\to 3} = \left| \begin{array}{l} q_{1\to 3} = A_1\, F_{13}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} \\ q_{2\to 3} = A_2\, F_{23}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} \end{array} \right| = A_1\, F_{13}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} + A_2\, F_{23}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} =$$
$$= \{(0{,}5027 \times 0{,}809 \times 0{,}7 \times 473^4) - (0{,}126 \times 0{,}236 \times 0{,}5 \times 363^4)\}\, 5{,}67.10^{-8} = 807{,}95 + 14{,}65 = 822{,}6 \text{ W}$$

2b) Energía a aplicar a cada disco en las condiciones del apartado (2a) para mantener constante su temperatura

$$q_{1\,neta} = q_{1\to 2} + q_{1\to 3} - q_{2\to 1} = A_1\, F_{12}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} + A_1\, F_{13}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} - A_2\, F_{21}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} = A_1\, \varepsilon_1\, E_{b_1} - A_2\, F_{21}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} =$$



$$= \left| \begin{array}{l} A_1\, \varepsilon_1\, E_{b_1} = 0{,}5027 \times 0{,}7 \times 473^4 \times 5{,}67.10^{-8} = 998{,}7 \text{ W} \\ A_2\, F_{21}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} = 47{,}38 \text{ W} \end{array} \right| = 998{,}7 - 47{,}38 = 951{,}3 \text{ W}$$

$$q_{2\,neta} = q_{2\to 1} + q_{2\to 3} - q_{1\to 2} = A_2\, F_{21}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} + A_2\, F_{23}\, \varepsilon_2\, E_{b_2} - A_1\, F_{12}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} =$$
$$= A_2\, \varepsilon_2\, E_{b_2} - A_1\, F_{12}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} =$$
$$= \left| \begin{array}{l} A_2\, \varepsilon_2\, E_{b_2} = 0{,}126 \times 0{,}5 \times 363^4 \times 5{,}67.10^{-8} = 62 \text{ W} \\ A_1\, F_{12}\, \varepsilon_1\, E_{b_1} = 190{,}75 \text{ W} \end{array} \right| = 62 - 190{,}75 = -\,128{,}75 \text{ W}$$

2c) Intercambio térmico entre los discos si el medio exterior es rerradiante

Cálculo de radiosidades

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + (\varepsilon_1/\rho_1) & -F_{12} & -F_{13} \\ -F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) & -F_{23} \\ -F_{31} & -F_{32} & 1 - F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1/\rho_1)\, E_{b1} \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\, E_{b2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 - 0 + (0{,}7/0{,}3) & -0{,}191 & -0{,}809 \\ -0{,}764 & 1 - 0 + (0{,}5/0{,}5) & -0{,}236 \\ -0{,}763 & -0{,}056 & 1 - 0{,}181 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6622{,}2 \text{ (W/m}^2) \\ 984{,}5 \text{ (W/m}^2) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 2748{,}2 \text{ (W/m}^2) \\ J_2 = 1859{,}2 \text{ (W/m}^2) \\ J_3 = 2687{,}4 \text{ (W/m}^2) \end{cases}$$

$$q_{12} = \frac{J_1 - J_2}{\dfrac{1}{A_1\, F_{12}^*}} = \left| F_{12}^* = F_{12} + \frac{F_{13}\, F_{32}}{1 - F_{33}} = 0{,}191 + \frac{0{,}809 \times 0{,}056}{1 - 0{,}181} = 0{,}2463 \right| = \frac{2748{,}2 - 1859{,}2}{\dfrac{1}{0{,}5057 \times 0{,}2463}} = 110{,}73 \text{ W}$$

o también:

$q_{12} = q_{1 \to 2} + q_{1 \to 3} = A_1\, F_{12}\ (J_1 - J_2) + A_1\, F_{13}\ (J_1 - J_3) =$

$$= \{0{,}5027 \times 0{,}191\ (2748{,}2 - 1859{,}2)\} + \{0{,}5027 \times 0{,}809\ (2748{,}2 - 2687{,}4)\} = 110{,}73\ W$$

Energía que se pierde al exterior: $q_{ext} = 0$ W (por ser reflector perfecto, todo lo que la llega lo refleja)

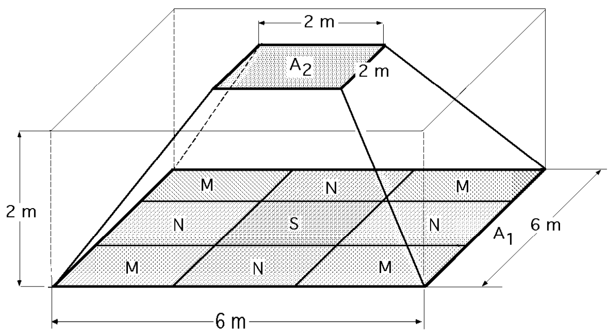
2d) Energía a aplicar a cada disco en las condiciones del apartado (2c) para mantener constante su temperatura

$q_{12} = q_{1(neta)} = - q_{2(neta)} = 110{,}73$ W

Temperatura del medio exterior.

$$T_{medio\ ext} = \sqrt[4]{\frac{J_1\, A_1\, F_{1R} + J_2\, A_2\, F_{2R}}{\sigma\,(A_1\, F_{1R} + A_2\, F_{2R})}} = \sqrt[4]{\frac{(2748{,}2 \times 0{,}5027 \times 0{,}809) + (1859{,}2 \times 0{,}126 \times 0{,}236)}{\sigma\,\{(0{,}5027 \times 0{,}809) + (0{,}126 \times 0{,}236)\}}} = 466{,}6ºK = 193{,}6ºC$$

****



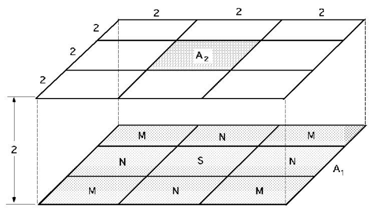
VII.42.- En la configuración de tres superficies grises que se presenta en forma de tronco de pirámide, {bases (1) y (2) y superficies laterales (3)}, las emisividades correspondientes son: Base inferior: $\varepsilon_1 = 0{,}6$; Base superior: $\varepsilon_2 = 0{,}4$

Determinar

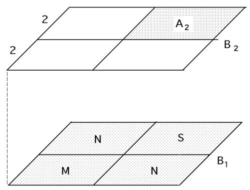
a) El factor de forma $F_{A1\text{-}A2}$

b) La temperatura de las superficies A_1 y A_3 si el flujo neto de calor de la superficie A_1 es de 2500 Kcal/h.m², las superficies laterales A_3 están perfectamente aisladas y la superficie A_2 se encuentra a 300°C.

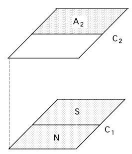
RESOLUCIÓN



a) Factor de forma $F_{A_1} - F_{A_2} \Rightarrow \begin{cases} A_1\, F_{12} = S\, F_{S\text{-}A_2} + 4\, M\, F_{M\text{-}A_2} + 4\, N\, F_{N\text{-}A_2} \\ F_{12} = \dfrac{S\, F_{S\text{-}A_2} + 4\, M\, F_{M\text{-}A_2} + 4\, N\, F_{N\text{-}A_2}}{A_1} \end{cases}$



$$\Rightarrow \begin{cases} B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} = M\, F_{M\text{-}A_2} + 2\, N\, F_{N\text{-}A_2} + S\, F_{S\text{-}A_2} + \text{(Se repiten 3 veces más)} = \\ \qquad = 4\, M\, F_{M\text{-}A_2} + 8\, N\, F_{N\text{-}A_2} + 4\, S\, F_{S\text{-}A_2} \\ 4\, M\, F_{M\text{-}A_2} = B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 8\, N\, F_{N\text{-}A_2} - 4\, S\, F_{S\text{-}A_2} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} C_1\, F_{C_1\text{-}C_2} = 2\, N\, F_{N\text{-}A_2} + 2\, S\, F_{S\text{-}A_2} \\ 2\, N\, F_{N\text{-}A_2} = C_1\, F_{C_1\text{-}C_2} - 2\, S\, F_{S\text{-}A_2} \end{cases}$$

$A_1\, F_{12} = S\, F_{S\text{-}A_2} + 4\, M\, F_{M\text{-}A_2} + 4\, N\, F_{N\text{-}A_2} = S\, F_{S\text{-}A_2} + B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 8\, N\, F_{N\text{-}A_2} - 4\, S\, F_{S\text{-}A_2} + 4\, N\, F_{N\text{-}A_2} =$

$= - 3\, S\, F_{S\text{-}A_2} + B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 4\, N\, F_{N\text{-}A_2} = - 3\, S\, F_{S\text{-}A_2} + B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 2\, C_1\, F_{C_1\text{-}C_2} + 4\, S\, F_{S\text{-}A_2} =$

$= S\, F_{S\text{-}A_2} + B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 2\, C_1\, F_{C_1\text{-}C_2}$

$$F_{A_1\text{-}A_2} = \frac{S\, F_{S\text{-}A_2} + B_1\, F_{B_1\text{-}B_2} - 2\, C_1\, F_{C_1\text{-}C_2}}{A_1} = \left| \{F_{S\text{-}A_2} = 0{,}2\}\ ;\ \{F_{B_1\text{-}B_2} = 0{,}43\}\ ;\ \{F_{C_1\text{-}C_2} = 0{,}28\} \right| =$$

$$= \frac{(4 \times 0{,}2) + (16 \times 0{,}43) - 2\ (2 \times 8 \times 0{,}28)}{36} = 0{,}08888$$

$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$; $\begin{cases} F_{11} = 0 \\ F_{12} = 0{,}08888 \\ F_{13} = 1 - 0{,}08888 = 0{,}9111 \end{cases}$; $F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$; $\begin{cases} F_{22} = 0 \\ F_{21} = \dfrac{A_1}{A_2}\, F_{12} = \dfrac{36}{4} \times 0{,}08888 = 0{,}8 \\ F_{23} = 1 - 0{,}8 = 0{,}2 \end{cases}$

$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1$; $\begin{cases} F_{31} = (A_1/A_3)\, F_{13} = (36/32\,\sqrt{2}) \times 0{,}9111 = 0{,}7247 \\ F_{32} = (A_2/A_3)\, F_{23} = (4/32\,\sqrt{2}) \times 0{,}2 = 0{,}01768 \\ F_{33} = 1 - F_{31} - F_{32} = 1 - 0{,}7247 - 0{,}01768 = 0{,}2576 \end{cases}$

valores que se resumen en el siguiente cuadro

	1	2	3
1	0	0,088	0,911
2	0,8	0	0,2
3	0,7247	0,01768	0,2576

b) Temperatura de las superficies A_1 y A_3 si el flujo neto de calor de la superficie A_1 es de 2500 Kcal/h.m², las superficies laterales A_3 están perfectamente aisladas y la superficie A_2 se encuentra a 300°C.

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} & - F_{12} & - F_{13} \\ - F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) & - F_{23} \\ - F_{31} & - F_{32} & 1 - F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{1(neta)}/A_1 \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\, E_{b2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = 2500 \,\frac{\text{Kcal}}{\text{h m}^2} = 2500 \times 1{,}163\, \frac{W}{m^2} = 2907\, \frac{W}{m^2}$$

$$\frac{\varepsilon_2\, E_{b2}}{\rho_2} = \frac{0{,}4 \times 5{,}67.10^{-8}\,(W/m^2\,{}^{\circ}K^4) \times 573^4\,{}^{\circ}K^4}{0{,}6} = 4075\, \frac{W}{m^2}$$

$$q_{3(neta)} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & - 0{,}088 & - 0{,}911 \\ - 0{,}8 & 1{,}6667 & - 0{,}2 \\ - 0{,}7247 & - 0{,}0179 & 0{,}7424 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2907\ (W/m^2) \\ 4075\ (W/m^2) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 70802{,}7\ (W/m^2) \\ J_2 = 44853{,}0\ (W/m^2) \\ J_3 = 70196{,}2\ (W/m^2) \end{cases}$$

$$2907 = \frac{E_{b_1} - J_1}{\rho_1/\varepsilon_1} = \frac{E_{b_1} - 70802{,}7}{0{,}4/0{,}6} \Rightarrow E_{b_1} = \sigma\, T_1^4 = 72740{,}7\ ;\ T_1 = 1064{,}3^{\circ}K = 791{,}3^{\circ}C$$

$$\text{Superficie } A_3 \text{ (refractaria): } J_3 = E_{b_3} = \sigma\, T_3^4 = 70196{,}2\ W/m^2 \Rightarrow T_3 = 1054{,}8^{\circ}K = 781{,}8^{\circ}C$$

****

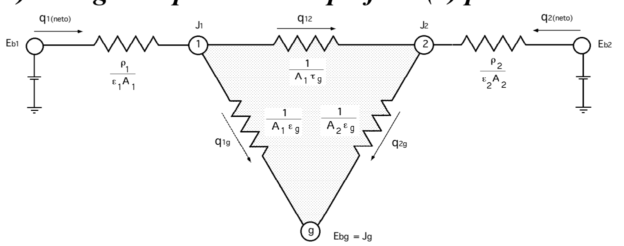
VII.43.- Dos placas grises anchas, opacas, paralelas e iguales tienen las siguientes características: $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $T_1 = 400^{\circ}K$, $\varepsilon_2 = 0{,}6$, $T_2 = 800^{\circ}K$; están separados por un gas gris $\varepsilon_g = 0{,}1$.
Determinar:

a) La energía que hay que aplicar a la superficie (1) para mantener constante su temperatura
b) La energía intercambiada entre las dos superficies opacas cuando el gas está presente.
c) La temperatura del gas
d) La energía que habría que aplicar a la superficie (1) para mantener constante su temperatura, si el gas gris se reemplaza por otro transparente a la radiación

---

RESOLUCIÓN

a) Energía a aplicar a la superficie (1) para mantener constante su temperatura



$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_1} - \dfrac{2\,\tau_g}{1 + \tau_g}} = \left| \begin{matrix} E_{b1} = 5{,}67.10^{-8}(400 + 273)^4\,{}^{\circ}K^4 = 11631\ (W/m^2) \\ E_{b2} = 5{,}67.10^{-8}(800 + 273)^4\,{}^{\circ}K^4 = 75159{,}16\ (W/m^2) \end{matrix} \right| = \frac{11631 - 75159{,}16}{\dfrac{1}{0{,}2} + \dfrac{1}{0{,}6} - \dfrac{2 \times 0{,}9}{1 + 0{,}9}} = - 11107\, \frac{W}{m^2}$$

que dice que la superficie (1) tiene que enfriarse para mantener su temperatura a 400ºC.

b) Energía intercambiada entre las dos superficies opacas cuando el gas está presente.

$$q_{12} = \frac{J_1 - J_2}{1/\tau_{gas}} = \left| \begin{matrix} q_{1(neta)} = - q_{2(neta)} = \dfrac{E_{b_1} - J_1}{\rho_1/\varepsilon_1} = \dfrac{J_2 - E_{b_2}}{\rho_2/\varepsilon_2} \\ 11107\ W/m^2 = \dfrac{E_{b_1} - J_1}{\rho_1/\varepsilon_1} = \dfrac{11631{,}7 - J_1}{0{,}8/0{,}2} \Rightarrow J_1 = 56059{,}7 \\ - 11107\ W/m^2 = \dfrac{J_2 - E_{b_2}}{\rho_2/\varepsilon_2} = \dfrac{J_2 - 75159{,}16}{0{,}4/0{,}6} \Rightarrow J_2 = 67755\ W/m^2 \end{matrix} \right| = - 10525\, \frac{W}{m^2}$$

c) Temperatura del gas

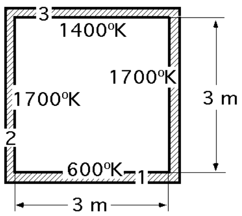
$$q_{1(neta)} = q_{12} + \frac{J_1 - E_{b(gas)}}{1/\varepsilon_{gas}} \quad ; \quad -11107 = -10525 + \frac{56059,7 - 5,67.10^{-8}\, T_{gas}^4}{1/0,1} \quad \Rightarrow \quad T_{gas} = 1022K = 749C$$

d) La energía a aplicar a la superficie (1) para mantener constante su temperatura, si el gas gris se reemplaza por otro transparente a la radiación

$$q_{1(neta)} = q_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{1 + \frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2}} = \frac{11631,7 - 75159,16}{1 + 0,2 + \frac{0,4}{0,6}} = -11210,7\ \frac{W}{m^2}$$

****

VII.44.- Un horno largo tiene una sección transversal de (3 x 3) m² con paredes laterales y techo a 1700ºK y 1400ºK respectivamente, como se indica en la figura. Si todas las superficies son grises y difusas con una emitancia ε = 0,5, determinar:



a) El calor que se transfiere por radiación al suelo (solera) cuando éste se encuentra a 600ºK.

b) El calor que se transfiere entre el techo y el suelo

c) La temperatura que debería tener el techo para que éste se comportase como una superficie refractaria

---

RESOLUCIÓN

Poderes emisivos:
$$\begin{cases} E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5,67.10^{-8} \times 600^4 = 7,348\ (kW/m^2) \\ E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5,67.10^{-8} \times 1700^4 = 473,6\ (kW/m^2) \\ E_{b3} = \sigma T_3^4 = 5,67.10^{-8} \times 1400^4 = 217,8\ (kW/m^2) \end{cases}$$

Las superficies laterales a 1700ºC constituyen, a efectos térmicos, una única superficie A_2

Factor de forma F_{31}:
$$\begin{cases} F_{31} = F_{13} = \sqrt{1 + \left(\frac{altura}{base}\right)^2} - \frac{altura}{base} = \sqrt{2} - 1 = 0,4142 \\ \text{Hottel: } F_{31} = \frac{2 \times 3\sqrt{2} - 2 \times 3}{2 \times 3} = 0,4142 = F_{22} \end{cases}$$

Sumatoria $\Rightarrow$ $F_{12} = 1 - F_{11} - F_{13} = 1 - 0 - 0,4142 = 0,586 = F_{32}$

Recíproca $\Rightarrow$ $F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = 0,5 \times 0,586 = 0,293 = F_{23}$

a) Calor que se transfiere por radiación al suelo (solera) cuando éste se encuentra a 600ºK.
Radiosidades:

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + (\varepsilon_1/\rho_1) & -F_{12} & -F_{13} \\ -F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) & -F_{23} \\ -F_{31} & -F_{32} & 1 - F_{33} + (\varepsilon_3/\rho_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1/\rho_1)\, E_{b1} \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\, E_{b2} \\ (\varepsilon_3/\rho_3)\, E_{b3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -0,586 & -0,4142 \\ -0,293 & 1,586 & -0,293 \\ -0,4142 & -0,586 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,348\ (kW/m^2) \\ 473,6\ (kW/m^2) \\ 217,8\ (kW/m^2) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 166,4\ (kW/m^2) \\ J_2 = 376,2\ (kW/m^2) \\ J_3 = 253,6\ (kW/m^2) \end{cases}$$

$$q_{1(neta)} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}} A_1 = \frac{7,438 - 166,4}{0,5/0,5}\ 3 = -477\ \frac{kW}{m \text{ de profundidad}}$$

Flujo de calor a través del suelo del horno: $\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = \frac{E_{b1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1} = \frac{7,438 - 166,4}{0,5/0,5} = -159\ \frac{kW}{m^2 \times m \text{ de profundidad}}$

Flujo de calor a través de las paredes laterales: $\frac{q_{2(neta)}}{A_2} = \frac{E_{b_2} - J_2}{\rho_2/\varepsilon_2} = \frac{473,6 - 376,2}{0,5/0,5} = 97,4\ \frac{kW}{m^2 \times m \text{ de profundidad}}$

Flujo de calor a través del techo del horno: $\frac{q_{3(neta)}}{A_3} = \frac{E_{b_3} - J_3}{\rho_3/\varepsilon_3} = \frac{217,8 - 253,6}{0,5/0,5} = -35,8\ \frac{kW}{m^2 \times m \text{ de profundidad}}$

b) Calor que se intercambia directamente entre el techo y el suelo: $q_{31} = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_3\, F_{31}}} = \frac{253,6 - 166,4}{\frac{1}{3 \times 0,414}} = 108,3\ \frac{kW}{m}$

c) Temperatura que debería tener el techo para que éste se comportase como una superficie refractaria.- Para esta situación hay que calcular de nuevo las radiosidades; la superficie 3 se considera ahora refractaria.

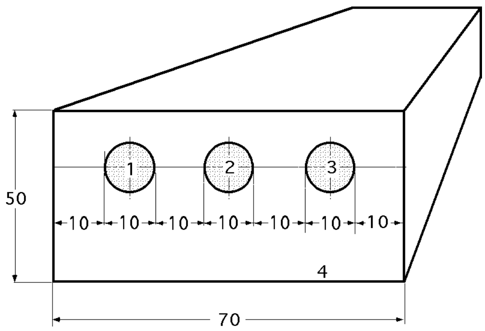
$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + (\varepsilon_1/\rho_1) & - F_{12} & - F_{13} \\ - F_{21} & 1 - F_{22} + (\varepsilon_2/\rho_2) & - F_{23} \\ - F_{31} & - F_{32} & 1 - F_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1/\rho_1)\, E_{b1} \\ (\varepsilon_2/\rho_2)\, E_{b2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & - 0{,}586 & - 0{,}4142 \\ - 0{,}293 & 1{,}586 & - 0{,}293 \\ - 0{,}4142 & - 0{,}586 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7{,}348 \text{ (kW/m}^2) \\ 473{,}6 \text{ (kW/m}^2) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 179{,}58 \text{ (kW/m}^2) \\ J_2 = 387{,}47 \text{ (kW/m}^2) \\ J_3 = 301{,}4 \text{ (kW/m}^2) \end{cases}$$

$$J_3 = E_{b3} = \sigma T_3^4 = 301400 \frac{W}{m^2} \Rightarrow T_3 = \sqrt[4]{\frac{J_3}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{301400 \text{ (W/m}^2)}{5{,}67.10^{-8} \text{ (W/m}^2\,{}^{\circ}\text{K}^4)}} = 1518\text{K}$$

****

VII.45.- En un horno de gran longitud, de sección rectangular de (50 x 70) cm se introducen 3 barras cilíndricas de la misma longitud que el horno, de 10 cm de diámetro. Teniendo en cuenta la disposición de la figura las barras 1 y 3 tienen una temperatura de 27ºC y una emisividad 0,7. La barra central 2 tiene una temperatura de 50ºC y una emisividad 0,5. Las paredes techo y suelo del horno tienen una temperatura de 227ºC y una emisividad 0,9.

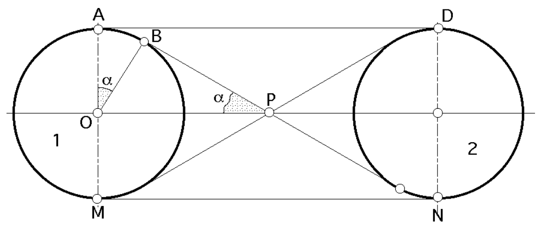


Determinar:
a) Los diversos factores de forma
b) El flujo neto de calor sobre las diversas superficies
Nota: Se desprecian los intercambios convectivos y se supone el medio transparente a la radiación

---

RESOLUCIÓN

a) Factores de forma:.- Dado que el horno es de gran longitud, los factores de forma se pueden calcular por el método de Höttel.



(AD) = 20 cm

$$A_1 F_{12} = \frac{2\,(APN) - 2\,(AD)}{2} = (APN) - (AD) =$$

$$= \left| \begin{array}{l} BP = \sqrt{OP^2 - OB^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}66 \text{ cm} \\ AB = OB\,\alpha = \left\{ \text{sen}\,\alpha = \dfrac{r_1}{OP} = \dfrac{5}{10} = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 30^{\circ} \right\} = 0{,}5 \times 2\pi \dfrac{30^{\circ}}{360^{\circ}} = 2{,}618 \text{ cm} \\ APN = 2\,(AB + BP) = 2\,(2{,}618 + 8{,}66) = 22{,}56 \text{ cm} \end{array} \right| = 22{,}56 - 20 = 2{,}556 \text{ cm}$$

Por unidad de profundidad se tiene:

$A_1 = 2\,\pi\, r_1 = 2\,\pi \times 5 = 31{,}41 \text{ cm}^2 = A_2 = A_3 \quad ; \quad A_4 = (50 + 70) \times 2 = 240 \text{ cm}^2$

$$F_{12} = \frac{2{,}556}{31{,}41} = 0{,}0814 = F_{21} = F_{23} = F_{32}$$

$F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0 \quad ; \quad F_{13} = F_{31} = 0$

$F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} = 1 \Rightarrow 0 + 0{,}0814 + 0 + F_{14} = 1 \Rightarrow F_{14} = 0{,}9186 = F_{34}$ (por simetría)

$F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} = 1 \Rightarrow 0{,}0814 + 0 + 0{,}0814 + F_{24} = 1 \Rightarrow F_{24} = 0{,}8372$

$$A_1 F_{14} = A_4 F_{41} \Rightarrow F_{41} = F_{14} \frac{A_1}{A_4} = 0{,}9186 \frac{31{,}41}{240} = 0{,}1202 = F_{43}$$

$$A_2 F_{24} = A_4 F_{42} \Rightarrow F_{42} = F_{24} \frac{A_2}{A_4} = 0{,}8372 \frac{31{,}41}{240} = 0{,}1096$$

$F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{44} = 1 \Rightarrow 0{,}1202 + 0{,}1096 + 0{,}1204 + F_{44} = 1 \Rightarrow F_{44} = 0{,}65$

valores que se recopilan en el siguiente cuadro:

	1	2	3	4
1	0	0,0814	0	0,9186
2	0,0814	0	0,0814	0,8372
3	0	0,0814	0	0,9186
4	0,1202	0,1096	0,1202	0,65

b) Flujo neto de calor sobre las diversas superficies.- Calculamos las radiosidades por el método matricial; superficies grises con temperaturas conocidas

$E_{b1} = 5{,}67.10^{-8} \times 300^4 = 459{,}27\ (W/m^2)\quad ;\quad \dfrac{\varepsilon_1}{\rho_1} E_{b1} = \dfrac{0{,}7}{0{,}3} \times 5{,}67.10^{-8} \times 300^4 = 1071{,}63\ (W/m^2)$

$E_{b2} = 5{,}67.10^{-8} \times 323^4 = 617{,}15\ (W/m^2)\quad ;\quad \dfrac{\varepsilon_2}{\rho_2} E_{b2} = \dfrac{0{,}5}{0{,}5} \times 5{,}67.10^{-8} \times 323^4 = 617{,}15\ (W/m^2)$

$E_{b3} = 5{,}67.10^{-8} \times 300^4 = 459{,}27\ (W/m^2)\quad ;\quad \dfrac{\varepsilon_3}{\rho_3} E_{b3} = \dfrac{0{,}7}{0{,}3} \times 5{,}67.10^{-8} \times 300^4 = 1071{,}63\ (W/m^2)$

$E_{b4} = 5{,}67.10^{-8} \times 500^4 = 3543{,}75\ (W/m^2)\quad ;\quad \dfrac{\varepsilon_4}{\rho_4} E_{b4} = \dfrac{0{,}9}{0{,}1} \times 5{,}67.10^{-8} \times 500^4 = 31893{,}75\ (W/m^2)$

$$\begin{pmatrix} 1 + (0{,}7/0{,}3) & -0{,}0814 & 0 & -0{,}9186 \\ -0{,}0814 & 1 + (0{,}5/0{,}5) & -0{,}0814 & -0{,}8372 \\ 0 & -0{,}0814 & 1 + (0{,}7/0{,}3) & -0{,}9186 \\ -0{,}1202 & -0{,}1096 & -0{,}1202 & 1 - 0{,}65 + (0{,}9/0{,}1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1071{,}63\ W/m^2 \\ 617{,}15\ W/m^2 \\ 1071{,}63\ W/m^2 \\ 31893{,}75\ W/m^2 \end{pmatrix}$$

Resolviendo se obtiene: $J_1 = J_3 = 1323{,}86\ \dfrac{W}{m^2}\quad ;\quad J_2 = 1867{,}63\ \dfrac{W}{m^2}\quad ;\quad J_4 = 3467{,}02\ \dfrac{W}{m^2}$

Potencia calorífica en (1 y 3) por metro de longitud con: $A_1 = A_3 = 2\,\pi\, r_1 \times 1\ m = 2\,\pi \times 0{,}05 \times 1\ m^2 = 0{,}3142\ m^2$:

$$q_{1\,neta} = q_{3\,neta} = \frac{E_{b_1} - J_1}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{459{,}27 - 1323{,}86}{\dfrac{0{,}3}{0{,}7 \times 0{,}3142}} = -\,633{,}86\ W$$

Potencia calorífica en (2) por metro de longitud con: $A_2 = 2\,\pi\, r_2 \times 1\ m = 2\,\pi \times 0{,}05 \times 1\ m^2 = 0{,}3142\ m^2$:

$$q_{2\,neta} = \frac{E_{b_2} - J_2}{\rho_2/\varepsilon_2 A_2} = \frac{617{,}15 - 1867{,}63}{0{,}5/(0{,}5 \times 0{,}3142)} = -\,392{,}9\ W$$

Potencia calorífica en (4) por metro de longitud con: $A_4 = 2\ (0{,}7 + 0{,}5)\ m \times 1\ m = 2{,}4\ m^2$:

$$q_{4\,neta} = \frac{E_{b_4} - J_4}{\dfrac{\rho_4}{\varepsilon_4 A_4}} = \frac{3543{,}75 - 3467{,}02}{\dfrac{0{,}1}{0{,}9 \times 2{,}4}} = 1657{,}37\ W$$

DE OTRA FORMA.- Al tener las superficies (1) y (3) la misma temperatura y emisividades, se pueden considerar como una única superficie A_a a 27ºC y $\varepsilon_a = 0{,}7$.

$A_a = A_1 + A_3 = 0{,}6284\ m^2$

$A_2\ F_{2a} = A_2\ F_{21} + A_2\ F_{23} = A_2\,(F_{21} + F_{23})\ \Rightarrow\ F_{2a} = F_{21} + F_{23} = 0{,}0814 + 0{,}0814 = 0{,}1628$

$F_{22} = 0\ ;\ F_{aa} = 0$

$F_{24} = 0{,}8372\ ;\ A_2\ F_{24} = A_4\ F_{42}\ \Rightarrow\ F_{42} = F_{24}\ \dfrac{A_2}{A_4} = 0{,}8372\ \dfrac{0{,}3142}{2{,}4} = 0{,}1096$

$F_{44} = 0{,}65$

$A_2\ F_{2a} = A_a\ F_{a2}\ \Rightarrow\ F_{a2} = F_{2a}\ \dfrac{A_2}{A_a} = 0{,}1628\ \dfrac{0{,}3142}{0{,}6284} = 0{,}0814$

$F_{42} + F_{44} + F_{4a} = 1\ \Rightarrow\ 0{,}1096 + 0{,}65 + F_{4a} = 1\ \Rightarrow\ F_{4a} = 0{,}2404$

$A_4\ F_{4a} = A_a\ F_{a4}\ \Rightarrow\ F_{a4} = F_{4a}\ \dfrac{A_4}{A_a} = 0{,}2404\ \dfrac{2{,}4}{0{,}6284} = 0{,}9185$

	2	4	a
2	0	0,8372	0,1628
4	0,1096	0,65	0,2404
a	0,0814	0,9185	0

$$\begin{pmatrix} 1+(0{,}5/0{,}5) & -0{,}8372 & -0{,}1628 \\ -0{,}1096 & 1-0{,}65+(0{,}9/0{,}1) & -0{,}2404 \\ -0{,}0814 & -0{,}9185 & 1+(0{,}7/0{,}3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_2 \\ J_4 \\ J_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 617{,}15\ (W/m^2) \\ 31893{,}75\ (W/m^2) \\ 1071{,}63\ (W/m^2) \end{pmatrix}$$

Resolviendo se obtiene: $J_2 = 1867{,}63\ \frac{W}{m^2}$; $J_4 = 3467{,}02\ \frac{W}{m^2}$; $J_a = 1322{,}56\ \frac{W}{m^2}$

Potencia calorífica en (2) por metro de longitud con: $A_2 = 0{,}3141\ m^2$

$$q_{2\,neta} = \frac{E_{b_2} - J_2}{\dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{617{,}15 - 1867{,}63}{\dfrac{0{,}5}{0{,}5 \times 0{,}3142}} = -\ 392{,}9\ W$$

Potencia calorífica en (4) por metro de longitud con: $A_4 = 2{,}4\ m^2$

$$q_{4\,neta} = \frac{E_{b_4} - J_4}{\dfrac{\rho_4}{\varepsilon_4 A_4}} = \frac{3543{,}75 - 3467{,}02}{\dfrac{0{,}1}{0{,}9 \times 2{,}4}} = 1657{,}37\ W$$

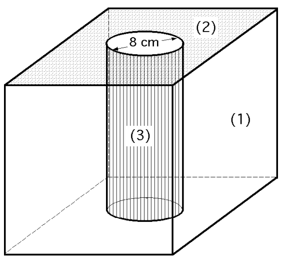
Potencia calorífica en (a) por metro de longitud con: $A_a = 0{,}6284\ m^2$

$$q_{a\,neta} = \frac{E_{b_a} - J_a}{\rho_a/(\varepsilon_a A_a)} = \frac{459{,}27 - 1322{,}56}{0{,}3/(0{,}7 \times 0{,}6284)} = -\ 1265{,}8\ W$$

del que cada superficie (1) y (3) se lleva la mitad = -632,9 W

****

VII.46.- En un horno de forma cúbica de 20 cm de arista se introduce un cilindro de 8 cm de diámetro en la base, en posición vertical, siendo su altura de 20 cm, por lo que sus bases están en contacto con el suelo y con el techo del horno. Las paredes del horno y el suelo están a una temperatura de 500ºC siendo su emisividad ε_1= 0,7, mientras que el techo se comporta como una superficie refractaria. El cilindro tiene una temperatura uniforme Las propiedades físicas del cilindro son:



$\rho = 7850\ kg/m^3$; $c_p = 0{,}13\ Kcal/kgºC$; emisividad $\varepsilon_{cil} = 0{,}5 = \varepsilon_3$

Determinar:

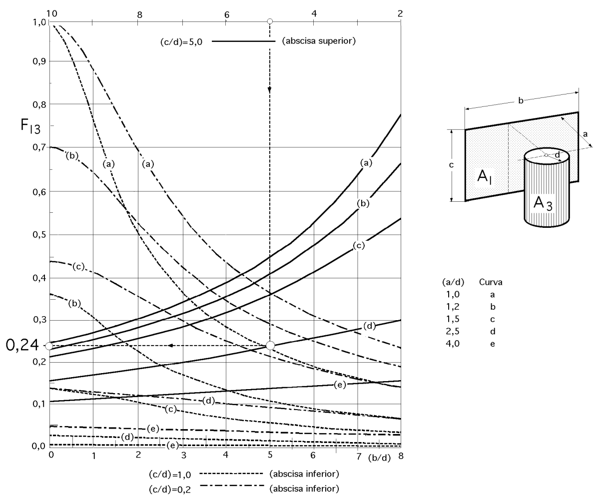
a) Los factores de forma

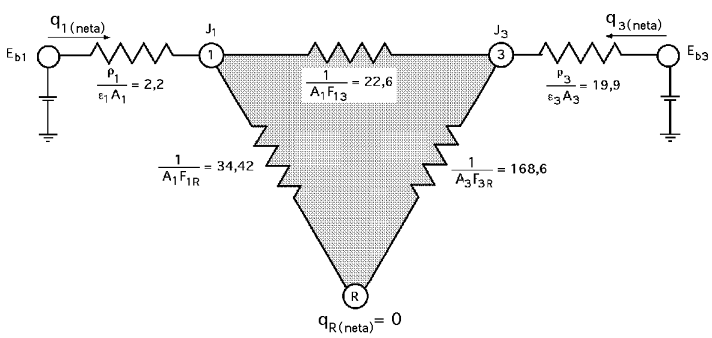
b) Si la pieza se introduce a 20ºC, el calor intercambiado en ese instante

c) El tiempo que deberá transcurrir para que el cilindro pase de 20ºC a 400ºC.

Nota: Sólo se tendrá en cuenta el fenómeno de radiación

RESOLUCIÓN





a) Factores de forma:

$A_1 = 5\ (20 \times 20) - \pi\, r^2 = 5\ (20 \times 20) - \pi\, 4^2 = 1949{,}73\ cm^2$

$A_2 = (20 \times 20) - \pi\, r^2 = (20 \times 20) - \pi\, 4^2 = 349{,}74\ cm^2$

$A_3 = 2\, \pi\, r \times 20 = 2\, \pi \times 4 \times 20 = 502{,}65\ cm^2$

El factor de forma $F_{I\text{-}3}$ corespondiente a una cara y al cilindro se obtiene del diagrama. Este no es el factor de forma F_{13} correspondiente a las cuatro caras más el suelo, respecto al cilindro.

Factor de forma $F_{I\text{-}3}$ (plano, cilindro)

$$\frac{a}{d} = \frac{10}{4} = 2{,}5 \Rightarrow \text{curva (d)} \;;\; \frac{c}{d} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \text{abscisa superior} \;;\; \frac{b}{d} = \frac{20}{4} = 5 \xrightarrow{\text{obteniéndose}} F_{I\text{-}3} = 0{,}24$$

$$F_{3-I} = F_{I-3}\,\frac{A_I}{A_3} = 0{,}24\,\frac{400}{502{,}65} = 0{,}191$$

- Factores de forma de la superficie (3), (4 caras laterales + el suelo):

$$F_{31} = 4\,F_{3-I} + F_{3-\text{suelo}} = \left|\, F_{3-\text{suelo}} = F_{32} \,\right| = 4\,F_{3-I} + F_{32} = (4 \times 0{,}191) + F_{32} = 0{,}764 + F_{32}$$

$$F_{33} = 0$$

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1 \xrightarrow{F_{33}=0} F_{31} + F_{32} = 1 \Rightarrow 4\,F_{3-I} + F_{32} + F_{32} = 1 \Rightarrow 4\,F_{3-I} + 2\,F_{32} = 1$$

$$(4 \times 0{,}191) + 2\,F_{32} = 1 \Rightarrow F_{32} = 0{,}118 \Rightarrow F_{31} = 1 - F_{32} = 1 - 0{,}118 = 0{,}882$$

$$A_1\,F_{13} = A_3\,F_{31} \Rightarrow F_{13} = F_{31}\,\frac{A_3}{A_1} = 0{,}882\,\frac{502{,}65}{1949{,}73} = 0{,}227$$

- Factores de forma de la superficie (2):

$$F_{22} = 0$$

$$A_2\,F_{23} = A_3\,F_{32} \Rightarrow F_{23} = F_{32}\,\frac{A_3}{A_2} = 0{,}118\,\frac{502{,}65}{349{,}74} = 0{,}1696$$

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \xrightarrow{F_{22}=0} F_{21} + F_{23} = 1 \Rightarrow F_{21} = 1 - F_{23} = 1 - 0{,}1696 = 0{,}8304$$

$$A_1\,F_{12} = A_2\,F_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}\,\frac{A_2}{A_1} = 0{,}8304\,\frac{349{,}74}{1949{,}73} = 0{,}149$$

- Factores de forma de la superficie (1):

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \Rightarrow F_{11} + 0{,}149 + 0{,}227 = 1 \;;\; F_{11} = 0{,}624$$

	1	2	3
1	0,624	0,149	0,227
2	0,8304	0	0,1696
3	0,882	0,118	0

b) Si el cilindro se introduce a 20ºC, el calor intercambiado en ese instante es $q_{3\,neta}$

$$\begin{pmatrix} 1 - F_{11} + \frac{\varepsilon_1}{\rho_1} & -F_{12} & -F_{13} \\ -F_{21} & 1 - F_{22} & -F_{23} \\ -F_{31} & -F_{32} & 1 - F_{33} + \frac{\varepsilon_3}{\rho_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_1}{\rho_1} E_{b1} \\ 0 \\ \frac{\varepsilon_3}{\rho_3} E_{b3} \end{pmatrix}$$

$$E_{b1} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 773^4 = 20244{,}2 \text{ W/m}^2 \;;\; \frac{\varepsilon_1}{\rho_1} E_{b1} = \frac{0{,}7}{0{,}3} \times 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 773^4 = 47236{,}5 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b3} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 293^4 = 417{,}88 \text{ W/m}^2 \;;\; \frac{\varepsilon_3}{\rho_3} E_{b3} = \frac{0{,}5}{0{,}5} \times 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 293^4 = 417{,}88 \text{ W/m}^2$$

$$\begin{pmatrix} 2{,}71 & -0{,}149 & -0{,}227 \\ -0{,}8304 & 1 & -0{,}1696 \\ -0{,}882 & -0{,}118 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 47236{,}5 \text{ W/m}^2 \\ 0 \\ 417{,}88 \text{ W/m}^2 \end{pmatrix}$$

Resolviendo se obtiene: $J_1 = 19217{,}92$ (W/m^2) ; $J_2 = 17607{,}57$ (W/m^2) ; $J_3 = 9722{,}9$ (W/m^2)

$$q_{1\,neta} = \frac{E_{b_1} - J_1}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{20244{,}2 - 19217{,}9}{\dfrac{0{,}3}{0{,}7 \times 0{,}19497}} = 467 \text{ W}$$

que es el calor que llega al cilindro en el instante inicial.

DE OTRA FORMA

$$q_{1neta} = \frac{E_{b1} - E_{b3}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + R_{equiv} + \dfrac{\rho_3}{\varepsilon_3 A_3}} = \left| A_3 = A_R \right| = \frac{E_{b1} - E_{b3}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{13}^*} + \dfrac{\rho_3}{\varepsilon_3 A_3}} =$$

$$= \left| F_{13}^{*} = F_{13} + \frac{F_{12}\ F_{23}}{1 - F_{22}} = 0{,}227 + \frac{0{,}149 \times 0{,}1696}{1 - 0} = 0{,}252 \right| = \frac{20244{,}2 - 417{,}88}{2{,}2 + \dfrac{1}{0{,}19497 \times 0{,}252} + 19{,}9} = \frac{20244{,}2 - 417{,}88}{42{,}45} = 467\ \text{W}$$

c) Tiempo que debe transcurrir para que el cilindro alcance 400ºC.- Balance energético:

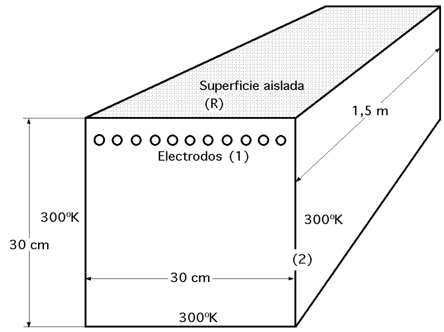
$$q_{1\ \text{neta}\ (20ºC \rightarrow 400ºC)} = \sigma \frac{T_1^4 - T_{\text{cilindro}}^4}{42{,}45} = m\ c_p\ \frac{dT_{\text{cilindro}}}{dt}$$

$$\sigma \frac{dt}{42{,}45\ m\ c_p} = \frac{dT_{\text{cilindro}}}{T_1^4 - T_{\text{cilindro}}^4} \quad \Rightarrow \quad \sigma \frac{t}{42{,}45\ m\ c_p} = \int_{293ºK}^{673ºK} \frac{dT_{\text{cilindro}}}{T_1^4 - T_{\text{cilindro}}^4} = 1{,}602.10^{-9}$$

$$5{,}67.10^{-8} \frac{t}{42{,}45 \times 0{,}04^2 \pi \times 0{,}2 \times 7850 \times (0{,}13 \times 1{,}163)} = 1{,}602.10^{-9} \quad \Rightarrow \quad t = 1{,}4311\ \text{horas}$$

en la que se ha tenido en cuenta que: $\displaystyle\int_{293ºK}^{673ºK} \frac{dT_{\text{cilindro}}}{T_1^4 - T_{\text{cilindro}}^4} = \frac{1}{2\ T_1^3} \left\{ \frac{1}{2} \lg \frac{T_1 + T_{\text{cilindro}}}{T_1 - T_{\text{cilindro}}} + \text{arc tg} \frac{T_{\text{cilindro}}}{T_1} \right\}_{293ºK}^{673ºK}$

****



VII.47.- Un horno de sección frontal de (0,3 x 0,3) m², y 1,5 m de profundidad, dispone de una fuente de calentamiento que consiste en una hilera de electrodos cilíndricos (ε_1= 0,9) de diámetro 1 cm y 1,5 m de longitud, separados entre centros 3 cm (en total 10 electrodos); la potencia que cada electrodo proporciona es de 5 kW. Las paredes y suelo del horno (ε_2 = 0,8) se encuentran a 300ºC, mientras que el techo se comporta como una superficie refractaria.
Determinar: La temperatura de los electrodos y la temperatura del techo

---

RESOLUCIÓN

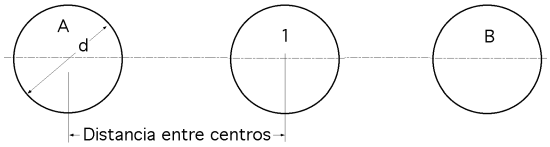
Llamaremos superficie (1) a los electrodos, por estar a la misma temperatura, superficie (2) a las paredes y al suelo, y superficie (R) al techo que se comporta como una superficie refractaria.

Cálculo de los factores de forma:

$$A_1 = 10 \times d\,\pi \times 1{,}5 = 10 \times 0{,}01\,\pi \times 1{,}5 = 0{,}4712\ m^2$$

$$A_2 = 3 \times 0{,}3 \times 1{,}5 = 1{,}35\ m^2$$

$$A_R = 0{,}3 \times 1{,}5 = 0{,}45\ m^2$$



Entre dos cilindros adyacentes, largos y paralelos del mismo diámetro se tiene:

$$F_{1A} = F_{A1} = \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{X^2 - 1} + \text{arc sen} \frac{1}{X} - X \right), \quad \text{con:} \quad X = \frac{\text{Distancia entre centros}}{d}$$

El factor de forma entre el cilindro (1) y los dos adyacentes A y B es el doble de la configuración anterior, es decir:

$$F_{11} = \frac{2}{\pi} \left(\sqrt{X^2 - 1} + \text{arc sen} \frac{1}{X} - X \right) = \left| X = \frac{3}{1} = 3 \right| = \frac{2}{\pi} \left(\sqrt{3^2 - 1} + \text{arc sen} \frac{1}{3} - 3 \right) = 0{,}107$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{11} + F_{12} + F_{1R} = 1 \\ F_{12} \cong F_{1R} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad F_{11} + 2\,F_{12} = 1 \quad \Rightarrow \quad F_{12} = F_{1R} = \frac{1 - F_{11}}{2} = \frac{1 - 0{,}107}{2} = 0{,}4464$$

$$A_1\ F_{1R} = A_R\ F_{R1} \quad \Rightarrow \quad F_{R1} = F_{1R} \frac{A_1}{A_R} = F_{1R} \frac{d\,\pi}{\text{Distancia entre centros}} = 0{,}4464\ \frac{\pi}{3} = 0{,}4675$$

$$F_{R1} + F_{R2} + F_{RR} = 1 \quad \Rightarrow \quad F_{R2} = 1 - F_{R1} - F_{RR} = 1 - 0{,}4675 - 0 = 0{,}5325$$

$$F_{21} = F_{12} \frac{A_1}{A_2} = 0{,}4464 \frac{0{,}4712}{1{,}35} = 0{,}1558 \quad ; \quad F_{2R} = F_{R2} \frac{A_R}{A_2} = 0{,}5325 \frac{0{,}45}{1{,}35} = 0{,}177$$

$$F_{21} + F_{22} + F_{2R} = 1 \quad \Rightarrow \quad F_{22} = 1 - F_{21} - F_{2R} = 1 - 0{,}1558 - 0{,}177 = 0{,}667$$

	1	2	R
1	0,107	0,4464	0,4464
2	0,1558	0,667	0,177
R	0,4675	0,5325	0

a) Temperatura de los electrodos (intercambio térmico entre dos superficies grises y una refractaria)

$$q_{1\text{neta}} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1\ A_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}^{*}} + \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2\ A_2}} = \left\{ \frac{1}{A_1 F_{12}^{*}} = \frac{1}{A_1 \left(F_{12} + \dfrac{F_{1R}\ F_{R2}}{1 - F_{RR}} \right)} = \frac{1}{0{,}4712 \left(0{,}4464 + \dfrac{0{,}4464 \times 0{,}5325}{1 - 0} \right)} = 3{,}102 \right\} =$$

$$= \frac{E_{b_1} - (\sigma \times 573^4)}{\frac{0,1}{0,9 \times 0,4712} + 3,102 + \frac{0,2}{0,8 \times 1,35}} = 10 \times 5000\ W = 50000\ W \Rightarrow E_{b_1} = 182282\ \frac{W}{m^2} \Rightarrow T_1 = 1339ºK$$

b) Temperatura de la superficie refractaria: $T_R = \sqrt[4]{\frac{J_1\ A_1\ F_{1R} + J_2\ A_2\ F_{2R}}{\sigma\ (A_1\ F_{1R} + A_2\ F_{2R})}} =$

$$= \left| \begin{array}{l} q_{1\ neta} = \dfrac{E_{b_1} - J_1}{\rho_1 / \varepsilon_1 A_1} \Rightarrow J_1 = E_{b_1} - q_{1\ neta} \dfrac{\rho_1}{\varepsilon_1 A_1} = 182282 - (50000 \times 0,2358) = 170492\ \dfrac{W}{m^2} \\ q_{2\ neta} = \dfrac{J_2 - E_{b_2}}{\rho_2 / \varepsilon_2 A_2} \Rightarrow J_2 = E_{b_2} + q_{2\ neta} \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_2 A_2} = \sigma\, 573^4 + (50000 \times 0,185) = 15362\ \dfrac{W}{m^2} \end{array} \right| =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{(170492 \times 0,4712 \times 0,4464) + (15362 \times 1,35 \times 0,177)}{\sigma \{(0,4712 \times 0,4464) + (1,35 \times 0,177)\}}} = 1116ºK$$

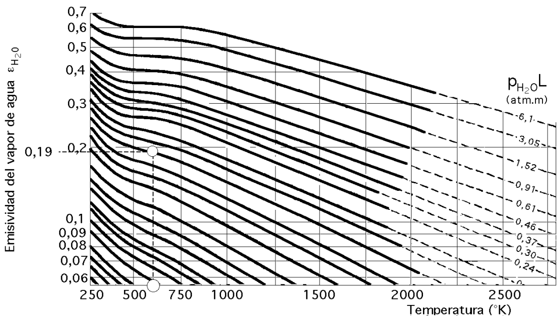
****

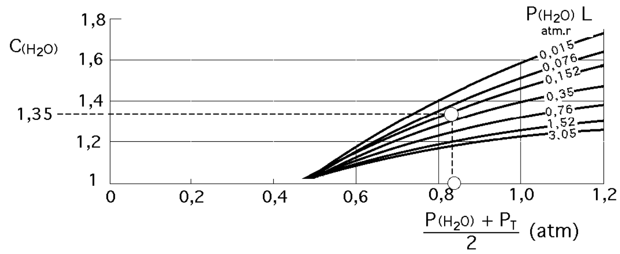
VII.48.- Calcular la emisividad de un gas a 600ºK y presión total 1,5 atm, que contiene un 10% de vapor de agua (en % de volumen). La longitud característica es de 0,8 m.

RESOLUCIÓN

Por lo que dice el enunciado, el gas tiene vapor de agua (no transparente a la radiación), y otros gases que sí son transparentes, por lo que la emisividad y absortividad del gas son las correspondientes al vapor de agua

Presión parcial del vapor de agua: $p_{H_2O} = 0,1 \times 1,5 = 0,15$ atm





El producto: $p_{H_2O}\ L = 0,15 \times 0,8 = 0,12$ m.atm

De la Fig XXI.6 del texto de teoría se obtiene: $(\varepsilon_{H_2O})_{presión\ atm} = 0,19$

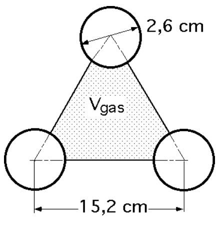
Este resultado se corrige, por cuanto la presión del gas es superior a 1 atm, en la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{p_T + p_{H_2O}}{2} = \dfrac{1,15 + 0,15}{2} = 0,825 \\ p_{H_2O} \times L = 0,12 \end{array} \right. \Rightarrow C_{H_2O} = 1,35 \quad \text{(Fig XXI.8)}$$

y la emisividad del vapor de agua a la presión total p_T: $(\varepsilon_{H_2O})_{p_T} = C_{H_2O}\ (\varepsilon_{H_2O})_{presión\ atm} = 1,35 \times 0,19 = 0,256$ que será la emisividad del gas.

****

VII.49.- Un flujo de gas a 1000ºK y presión total 2 atm, contiene un 10% de agua (% en volumen) y circula en paralelo por el exterior de un haz de tubos al tresbolillo, cuyas dimensiones se indican en la figura, siendo: S = 2 D = 15,2 cm



Los tubos se mantienen a una temperatura de 500ºK, y se pueden considerar como cuerpos negros.

Determinar el intercambio térmico por radiación entre el gas y los tubos, por m² de sección transversal de pared de tubos.

RESOLUCIÓN

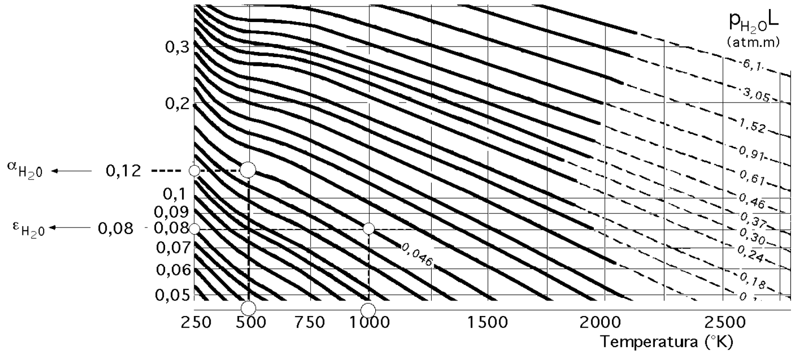
Por lo que dice el enunciado, el gas tiene vapor de agua (no transparente a la radiación), y otros gases que sí son transparentes, por lo que la emisividad y absortividad del gas son las correspondientes al vapor de agua

Longitud equivalente:

$$L = 3,6\ \frac{V_{gas}}{A_{mojada}} = \left| \begin{array}{l} V_{gas} = \dfrac{S^2}{4} \sqrt{3} - \dfrac{\pi\, r^2}{4} = \dfrac{15,2^2}{4} \sqrt{3} - \dfrac{\pi \times 3,8^2}{4} = 100,04 - 22,68 = 77,35\ cm^3 \\ A_{mojada} = \pi\, r = \pi \times 3,8 = 11,93\ cm^2 \end{array} \right| = 23,32\ cm$$

ó también, Tabla XXI.1, teniendo en cuenta que la distancia entre los centros de los tubos en disposición triangular

es: S = 2D, $\Rightarrow$ L = 3 (S - D) = 3 (2 D - D) = 3 D = 3 x 7,6 = 22,8 ≈ 23,32 cm
Utilizaremos L = 22,8 cm.



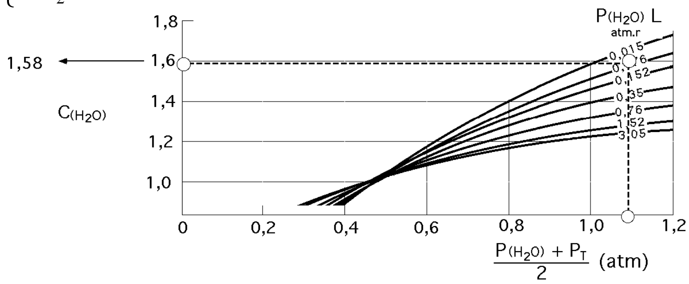
Emisividad del vapor de agua: $\begin{cases} \text{Pres. parcial del vapor de agua: } p_{H_2O} = 2 \times 0{,}1 = 0{,}2 \text{ atm} \\ p_{H_2O} \times L = 0{,}2 \times 22{,}8 \text{ cm} = 0{,}0456 \text{ m.atm} \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{H_2O\,(1000\,°K)} = 0{,}08$

La absortividad se obtiene en la misma figura, pero considerando la temperatura de los tubos = 500ºK

Absortividad del vapor de agua: $\begin{cases} T_{\text{pared tubos (cuerpo negro)}} = 500°K \\ p_{H_2O} \times L = 0{,}2 \times 22{,}8 = 0{,}0456 \text{ m.atm} \end{cases} \Rightarrow \alpha_{H_2O\,(500°K)} = 0{,}12$

Por ser la presión del gas mayor de 1 atm, hay que introducir un factor de corrección de la emisividad y absortividad, en la forma:

Factor de corrección C_{H_2O}: $\begin{cases} \dfrac{p_{total} + p_{H_2O}}{2} = \dfrac{2 + 0{,}2}{2} = 1{,}1 \text{ atm} \\ p_{H_2O} \times L = 0{,}2 \times 22{,}8 = 0{,}0456 \text{ m.atm} \end{cases} \Rightarrow C_{H_2O} = 1{,}58$



Factor de corrección de la emisividad del vapor de H_2O a presiones distintas de 1 atmósfera

$\varepsilon_{\text{gas (corregido)}} = 0{,}08 \times 1{,}58 = 0{,}126$

$\alpha_{\text{gas (corregido)}} = 0{,}012 \times 1{,}58 = 0{,}19$

El flujo de calor intercambiado por radiación entre los gases y los tubos es:

$q = \varepsilon_{gas}\, E_{b\,(gas)}^4 - \alpha_{gas}\, E_{b\,(pared)}^4 = 5{,}67.10^{-8}\{(0{,}126 \times 1000^4) - (0{,}129 \times 500^4)\} = 6470{,}89\ \dfrac{W}{m^2}$

****

VII.50.- Los gases procedentes de una combustión están a 811ºK y presión 1 atm, e inciden sobre un haz de tubos al tresbolillo que se encuentran a 556ºK; los gases contienen un 10% de vapor de agua, un 15% de anhidrido carbónico y un 75% de nitrógeno, (% en volumen). Si se supone una longitud media del haz de tubos de 0,15 m, determinar el flujo de calor por radiación intercambiado entre los gases y el haz de tubos, en el supuesto de considerar a éstos como cuerpos negros

---

RESOLUCIÓN

Emisividad de la mezcla de gases.- La emisividad de una mezcla de vapor de H_2O y CO_2 viene dada por la ecuación:

$\varepsilon_{mezcla} = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T = 1\text{ atm}} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T = 1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon$

Emisividad del CO_2: $\begin{cases} p_{CO_2} \times L = (1 \times 0{,}15) \times 0{,}15 = 0{,}0225 \text{ m.atm} \\ T_{gas} = 811°K \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}074$

Emisividad del H_2O: $\begin{cases} p_{H_2O} \times L = (1 \times 0{,}10) \times 0{,}15 = 0{,}015 \text{ m.atm} \\ T_{gas} = 811°K \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}043$

- Factores de corrección de las emisividades debido a la presión total: Por ser la presión total de los gases igual a 1

atm, los factores de corrección son la unidad, es decir:
Factores de corrección: $C_{CO_2} = 1$; $C_{H_2O} = 1$

- Factor $\Delta\varepsilon$ de corrección de la emisividad de la mezcla CO_2 y H_2O:

$$\Delta\varepsilon : \begin{cases} \dfrac{p_{H_2O}}{p_{C_2O} + p_{H_2O}} = \dfrac{0{,}1}{0{,}15 + 0{,}1} = 0{,}4 \\ (p_{H_2O} \times L) + (p_{CO_2} \times L) = 0{,}015 + 0{,}0225 = 0{,}0375 \text{ m.atm} \end{cases} \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0 \text{ (inapreciable)}$$

$$\varepsilon_{gases} = C_{CO_2}\ (\varepsilon_{CO_2}) + C_{H_2O}\ (\varepsilon_{H_2O}) - \Delta\varepsilon = (1 \times 0{,}043) + (1 \times 0{,}074) - 0 = 0{,}117$$

Absortividad de la mezcla de gases.- La absortividad viene dada, para cada uno de los gases de la mezcla CO_2 y H_2O, por las expresiones:

$$\alpha_{CO_2}\Big|_{T_{tubos}} = \varepsilon'_{CO_2}\Big|_{T_{tubos}} \left(\frac{T_{gases}}{T_{Tubos}}\right)^{0,65}$$

$$\alpha_{H_2O}\Big|_{T_{tubos}} = \varepsilon'_{H_2O}\Big|_{T_{tubos}} \left(\frac{T_{gases}}{T_{Tubos}}\right)^{0,45}$$

Las nuevas propiedades y emisividades ε' se calculan a las siguientes presiones parciales:

$$p' = p\,\frac{T_{Tubos}}{T_{Gases}} \Rightarrow \begin{cases} p'_{H_2O} = 0{,}10\,\dfrac{556}{811} = 0{,}0686 \Rightarrow p'_{H_2O} \times L = 0{,}0686 \times 0{,}15 = 0{,}01029\ ;\ \varepsilon'_{H_2O} = 0{,}046 \\ p'_{CO_2} = 0{,}15\,\dfrac{556}{811} = 0{,}1028 \Rightarrow p'_{CO_2} \times L = 0{,}1028 \times 0{,}15 = 0{,}01542\ ;\ \varepsilon'_{CO_2} = 0{,}055 \end{cases}$$

$$\alpha_{CO_2}\Big|_{T_{tubos}} = \varepsilon'_{CO_2}\Big|_{T_{tubos}} \left(\frac{T_{gases}}{T_{Tubos}}\right)^{0,65} = 0{,}055 \left(\frac{811}{556}\right)^{0,65} = 0{,}0703$$

$$\alpha_{H_2O}\Big|_{T_{tubos}} = \varepsilon'_{H_2O}\Big|_{T_{tubos}} \left(\frac{T_{gases}}{T_{Tubos}}\right)^{0,45} = 0{,}046 \left(\frac{811}{556}\right)^{0,45} = 0{,}0545$$

Los factores de corrección por presión parcial del vapor de agua y por presión total del CO_2 son la unidad.
El factor de corrección de la mezcla CO_2 y H_2O es cero, por lo que *la absortividad total es:*

$$\alpha_{gases} = C_{CO_2}\ (\alpha_{CO_2}) + C_{H_2O}\ (\alpha_{H_2O}) - \Delta\alpha = 0{,}0703 + 0{,}0545 - 0 = 0{,}1228$$

El calor intercambiado por radiación entre los gases y los tubos es:

$$q = \varepsilon_{gas}\ E^4_{b\ (Gases)} - \alpha_{gas}\ E^4_{b\ (Tubos)} = 5{,}67.10^{-8}\{(0{,}117 \times 811^4) - (0{,}1228 \times 556^4)\} = 2204{,}4 \text{ W/m}^2$$

Nota: De haber obtenido los valores de α como en el ejercicio anterior, se tendría:

$$\begin{cases} \alpha_{CO_2(556°K)} = 0{,}065 \\ \alpha_{H_2O(556°K)} = 0{,}058 \end{cases} \Rightarrow \alpha_{gases} = 0{,}065 + 0{,}058 = 0{,}123$$

****

VII.51.- Determinar las densidades de flujo térmico emitidas por radiación desde un gas de combustión de características: temperatura 1200ºK; presión total 1 atm; presión parcial del CO_2 0,07 atm; presión parcial del vapor de H_2O = 0,05 atm, en los siguientes casos:
a) La cámara de combustión tiene forma esférica de 1 m de diámetro
b) La cámara de combustión tiene forma de cubo de 1 m de arista
c) La cámara de combustión tiene forma de cilindro circular de altura = diámetro = 1 m, radiando a toda la superficie
d) La cámara de combustión tiene forma esférica de 1 m de diámetro, las presiones parciales de los gases son las indicadas anteriormente y la presión en la cámara de combustión es de 2 atm.

RESOLUCIÓN

$$q_{emitido\ gas} = \varepsilon_g\ \sigma\ T^4_{gases}$$

$$\varepsilon_g = C_{CO_2}\ (\varepsilon_{CO_2})_{P_T=1} + C_{H_2O}\ (\varepsilon_{H_2O})_{P_T=1} - \Delta\varepsilon$$

a) La cámara de combustión tiene forma esférica de 1 m de diámetro $\Rightarrow L = \dfrac{2\,d}{3} = 0{,}66$ m

Presión parcial del CO_2 = 0,07 atm $\Rightarrow (p\,L)_{CO_2} = 0{,}07 \times 0{,}66 = 0{,}0466$

Presión parcial del H_2O = 0,05 atm $\Rightarrow (p\,L)_{H_2O} = 0{,}05 \times 0{,}66 = 0{,}0333$

Gráficas de emisividades CO_2 $\Rightarrow \begin{cases} T_{gas} = 1200°K \\ (p\,L)_{CO_2} = 0{,}04666 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}081$

Gráficas de emisividades H_2O $\Rightarrow \begin{cases} T_{gas} = 1200°K \\ (p\,L)_{H_2O} = 0{,}0333 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}05$

Corrección debida a la presión total: $\begin{cases} CO_2 \Rightarrow \text{la presión total es 1 atm} \Rightarrow C_{CO_2} = 1 \\ H_2O \Rightarrow \dfrac{p_{H_2O} + p_T}{2} = \dfrac{0{,}05 + 1}{2} = 0{,}525 \Rightarrow C_{H_2O} = 1 \end{cases}$

Corrección de la emisividad $\Delta\varepsilon$ por la presencia simultánea de ambos gases a 1200ºC:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{p_{H_2O}}{p_{H_2O} + p_{CO_2}} = \dfrac{0{,}05}{0{,}05 + 0{,}07} = 0{,}4167 \\ L(p_{H_2O} + p_{CO_2}) = 0{,}66\ (0{,}05 + 0{,}07) = 0{,}08 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0{,}014$$

$\varepsilon_g = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T=1} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T=1} - \Delta\varepsilon = (1 \times 0{,}081) + (1 \times 0{,}05) - 0{,}014 = 0{,}117$

$q_{emitido\ gas} = \varepsilon_g\ \sigma\ T_{gases}^4 = 0{,}117 \times 5{,}67.10^{-8} \times 1200^4 = 13756\ (W/m^2)$

b) La cámara de combustión tiene forma de cubo de 1 m de arista $\Rightarrow$ L = 0,6 x 1 = 0,6 m

Presión parcial del CO_2 = 0,07 atm $\Rightarrow (p\,L)_{CO_2} = 0{,}07 \times 0{,}6 = 0{,}042 \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}076$

Presión parcial del H_2O = 0,05 atm $\Rightarrow (p\,L)_{H_2O} = 0{,}05 \times 0{,}6 = 0{,}030 \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}047$

Corrección debida a la presión total: $\begin{cases} CO_2 \Rightarrow \text{la presión total es 1 atm} \Rightarrow C_{CO_2} = 1 \\ H_2O \Rightarrow \dfrac{p_{H_2O} + p_T}{2} = \dfrac{0{,}05 + 1}{2} = 0{,}525 \Rightarrow C_{H_2O} = 1 \end{cases}$

Corrección de la emisividad $\Delta\varepsilon$ por la presencia simultánea de ambos gases a 1200ºC:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{p_{H_2O}}{p_{H_2O} + p_{CO_2}} = \dfrac{0{,}05}{0{,}05 + 0{,}07} = 0{,}4167 \\ L(p_{H_2O} + p_{CO_2}) = 0{,}6\ (0{,}05 + 0{,}07) = 0{,}072 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0{,}012$$

$\varepsilon_g = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T=1} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T=1} - \Delta\varepsilon = (1 \times 0{,}076) + (1 \times 0{,}047) - 0{,}012 = 0{,}111$

$q_{emitido\ gas} = \varepsilon_g\ \sigma\ T_{gases}^4 = 0{,}111 \times 5{,}67.10^{-8} \times 1200^4 = 13050\ (W/m^2)$

c) La cámara de combustión tiene forma de cilindro circular de altura = diámetro = 1 m, radiando a toda la superficie

Igual que el apartado (a) por ser L la misma

d) La cámara de combustión tiene forma esférica de 1 m de diámetro, las presiones parciales de los gases son las indicadas anteriormente y la presión en la cámara de combustión es de 2 atm.

L = 0,66 m

Presión parcial del CO_2 = 0,07 atm $\Rightarrow (p\,L)_{CO_2} = 0{,}07 \times 0{,}66 = 0{,}0466 \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}081$

Presión parcial del H_2O = 0,05 atm $\Rightarrow (p\,L)_{H_2O} = 0{,}05 \times 0{,}66 = 0{,}0333 \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}05$

Corrección debida a la presión total de 2atm: $\begin{cases} CO_2 \Rightarrow p_{CO_2} L = 0{,}0466 \Rightarrow C_{CO_2} = 1{,}2 \\ H_2O \Rightarrow \dfrac{p_{H_2O} + p_T}{2} = \dfrac{0{,}05 + 2}{2} = 1{,}025 \Rightarrow C_{H_2O} = 1{,}57 \end{cases}$

Corrección de la emisividad $\Delta\varepsilon$ por la presencia simultánea de ambos gases a 1200ºC: $\Delta\varepsilon = 0{,}014$

$\varepsilon_g = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T=2} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T=2} - \Delta\varepsilon = (1{,}2 \times 0{,}081) + (1{,}57 \times 0{,}05) - 0{,}014 = 0{,}1617$

$q_{emitido\ gas} = \varepsilon_g\ \sigma\ T_{gases}^4 = 0{,}1617 \times 5{,}67.10^{-8} \times 1200^4 = 19011{,}6\ (W/m^2)$

****

VII.52.- Determinar el intercambio térmico producido por radiación entre los gases de una combustión a 1 atm y 538ºC y una superficie negra a 283ºC compuesta por un haz de tubos de 5 cm de diámetro, al tresbolillo, de forma que el paso entre ellos es de 10 cm

Las presiones parciales de los gases que componen los humos de la combustión son: 0,15 atm para el CO_2 y 0,10 atm para el H_2O, siendo el resto de los gases presentes en los humos transparentes a la radiación

RESOLUCIÓN

Los humos son el resultado de la combustión y contienen anhidrido carbónico, vapor de agua, nitrógeno y en el caso mas general, oxígeno, óxido de carbono y un poco de anhidrido sulfuroso, que se desprecian para estos cálculos a menos que estén en cantidades importantes.

El flujo de energía radiante entre los gases de combustión, isotermos, y la pared de haz de tubos es:

$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = (E_{b\,pared} - E_{bg})\,\varepsilon_g = E_{b\,pared}\,\alpha_g - \varepsilon_g\,E_{bg} = \sigma\,(T_{pared}^4\,\alpha_g - \varepsilon_g T_g^4)$$

CALCULO DE LA EMISIVIDAD DE LA MEZCLA DE GASES

El valor de $\varepsilon_{mezcla\ de\ gases}$ se calcula sabiendo que el CO_2 y el H_2O radían, siendo cada uno de ellos opaco a la radiación del otro, ya que ellos no son diatérmicos, es decir, el H_2O intercepta una parte de la radiación emitida por el CO_2 y viceversa, introduciéndose un término correctivo $\Delta\varepsilon$ que se tiene que restar de la suma de los ε.

$$\varepsilon_{mezcla\ gases} = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T=1} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T=1} - \Delta\varepsilon$$

Cuando la presión total del gas sea distinta de 1 atm, los valores de las emisividades se multiplican por un factor de corrección C_{H_2O} y C_{CO_2}. En este caso el factor de corrección es la unidad.

Según la forma del recinto se obtiene el valor de la longitud característica L, se determina el producto (p L), y con ayuda de la Fig XXI.7 se calcula la emisividad ε del CO_2 a la temperatura del gas; en nuestro caso es:

$$L = 3\,d = 3 \times 5.10^{-2} = 0{,}15\ m$$

Como la proporción de CO_2 es igual al 15% de la presión total 1 atm, y la del vapor de agua del 10% de la presión total 1 atm, se tiene:

$$\text{Con } T_{gas} = 811\text{ºK se tiene: } \begin{cases} p_{H_2O}L = 0{,}10 \times 0{,}15 = 0{,}015\ m\ atm \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}043 \\ p_{CO_2}L = 0{,}15 \times 0{,}15 = 0{,}0225\ m\ atm \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}074 \end{cases}$$

La presencia de los dos gases no transparentes implica una corrección $\Delta\varepsilon$ de la emisividad total, que a 538ºC es prácticamente nula, por cuanto:

$$\begin{cases} \dfrac{p_{H_2O}}{p_{H_2O} + p_{CO_2}} = \dfrac{0{,}10}{0{,}10 + 0{,}15} = 0{,}4 \\ (p_{H_2O} + p_{CO_2})\,L = 0{,}25 \text{ x } 0{,}15 = 0{,}0375 \end{cases} \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0 \text{ (No se encuentra valor en la gráfica)}$$

$$\varepsilon_{mezcla\ gases} = C_{CO_2}\,(\varepsilon_{CO_2})_{P_T=1} + C_{H_2O}\,(\varepsilon_{H_2O})_{P_T=1} - \Delta\varepsilon = (1 \times 0{,}043) + (1 \times 0{,}074) - 0 = 0{,}117$$

CALCULO DE LA ABSORTIVIDAD DE LA MEZCLA DE GASES

La absortividad es de la forma: $\alpha_{(mezcla)} = \alpha_{CO_2} + \alpha_{H_2O} - \Delta\alpha$

Como la temperatura de la pared es inferior a la del gas se puede despreciar el término correctivo.

PARA EL CO_2.- La absortividad del CO_2 se puede calcular mediante la ecuación de Höttel, de la forma:

$$\alpha_{CO_2}\Big|_{T_{sólido}} = C_{CO_2}\,\varepsilon'_{CO_2}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{CO_2}}{T_{sólido}}\right)^{0,65} = \Big|\,C_{CO_2} = 1\,\Big| = \varepsilon'_{CO_2}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{CO_2}}{T_{sólido}}\right)^{0,65}$$

en la que el valor de C_{CO_2} se toma de la Fig XXI.9 y el de $(\varepsilon'_{CO_2}\big|_{T_{sól}})$ de la Fig XXI.7, a la temperatura del sólido, calculándose las nuevas emisividades ε' a las presiones parciales: $p'_{CO_2} = p_{CO_2}\dfrac{T_{sól}}{T_{gas}}$

$$p'_{CO_2} = p_{CO_2}\frac{T_{sól}}{T_{gas}} = 0{,}15\,\frac{556}{811} = 0{,}1028$$

$$p'_{CO_2} \times L = 0{,}1028 \times 0{,}15 = 0{,}01542$$

obteniéndose: $\varepsilon'_{CO_2} = 0{,}055$, por lo que:

$$\alpha_{CO_2}\Big|_{T_{sólido}} = \varepsilon'_{CO_2}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{CO_2}}{T_{sólido}}\right)^{0,65} = 0{,}055\left(\frac{811}{556}\right)^{0,65} = 0{,}0703$$

PARA EL H_2O.- La absortividad del H_2O se puede calcula en la misma forma:

$$\alpha_{H_2O}\Big|_{T_{sólido}} = C_{H_2O}\,\varepsilon'_{H_2O}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{H_2O}}{T_{sólido}}\right)^{0,45} = \Big|\,C_{H_2O} = 1\,\Big| = \varepsilon'_{H_2O}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{H_2O}}{T_{sólido}}\right)^{0,45}$$

$$p'_{H_2O} = p_{H_2O}\frac{T_{sól}}{T_{gas}} = 0{,}10\,\frac{556}{811} = 0{,}0686$$

$p'_{H_2O} \times L = 0{,}0686 \times 0{,}15 = 0{,}01029$

obteniéndose: $\varepsilon'_{H_2O} = 0{,}046$, por lo que:

$$\alpha_{H_2O}\Big|_{T_{sólido}} = \varepsilon'_{H_2O}\Big|_{T_{sólido}} \left(\frac{T_{H_2O}}{T_{sólido}}\right)^{0,45} = 0{,}046 \left(\frac{811}{556}\right)^{0,45} = 0{,}0545$$

resultando finalmente:

$\alpha_{(mezcla)} = \alpha_{CO_2} + \alpha_{H_2O} - \Delta\alpha = 0{,}0703 + 0{,}0545 - 0 = 0{,}1248$

El flujo de energía radiante entre los gases de combustión y la pared de haz de tubos es:

$$\frac{q_{1(neta)}}{A_1} = \sigma\,(T^4_{pared}\ \alpha_g - \varepsilon_g T^4_g) = 5{,}67.10^{-8}\ \frac{W}{m^2\ ^oK^4}\ \{(556^4 \times 0{,}1248) - (0{,}1207 \times 811^4)\}^oK^4 = 2284{,}3\ (W/m^2)$$

****

VII.53.- a) Radiación entre sólidos.- Calcular el flujo de calor intercambiado entre la pared de un horno de dimensiones $A_1 = 6 \times 2{,}50\ m^2$, a la temperatura de 250ºC y una superficie $A_2 = 2 \times 1\ m^2$ situada a 3 m en el centro de la pared del horno. Los obreros tienen que situarse del lado de A_2, entre A_1 y A_2, y trabajan en una corriente de aire a 20ºC, siendo el coeficiente de convección por ventilación: $h_{c(vent)} = 150$ Kcal/h.m²ºK. Para los ladrillos y para la pared receptora: $\varepsilon_{pared} = \varepsilon_1 = 0{,}8$

RESOLUCIÓN

El calor $q_{1(neto)}$ emitido por el horno es:

$$q_{1(neta)} = A_1\ F_{12}\ \frac{E_{b1} - E_{b(pared)}}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_{pared}} - 1} = (2{,}5 \times 6)\,m^2 \times 0{,}5\ \frac{\sigma\,(523{,}4^4 - T^4_{pared})}{\dfrac{1}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}8} - 1} = 18.405 - 2{,}44.10^{-7}\,T^4_{pared}$$

que en el equilibrio tiene que ser igual al calor evacuado al exterior por convección:

$q_{conv} = h_{c(vent)}\ A_2\ (T_{pared} - T_{exterior}) = 150 \times (2 \times 1)\ (T_{pared} - 293) = 300\ T_{pared} - 87900$

resultando: $18.405 - 2{,}44.10^{-7}\,T^4_{pared} = 300\ T_{pared} - 87900 \ \Rightarrow\ T_{pared} = 342^oK = 69^oC$

siendo imposible que los obreros puedan permanecer en esa zona con una temperatura de 69ºC.

Para mejorar esta situación, en lo que respecta a la protección del personal, se pueden adoptar algunas soluciones, como aumentar la ventilación de aire o interponer pantallas.

Como la pared de superficie A_{pared} tiene una temperatura de 342ºK recibe un calor:

$q_{conv} = 300\ T_{pared} - 87900 = (300 \times 342) - 87900 = 14700$ (Kcal/hora)

Suponiendo que el aire se insufla a 60ºC y que el calor específico del aire es, $c_{paire} = 0{,}24$ (kcal/kgºK) la cantidad de aire a utilizar es:

$14700 = G_{aire} \times 0{,}24 \times (60\text{-}20) \ \Rightarrow\ G_{aire} = 1531{,}25$ (kg/hora) = 1185 (m³/hora)

Para que la permanencia fuese aceptable, sería necesario triplicar este volumen por lo que la corriente de aire presentaría otro tipo de inconvenientes para el personal.

b) Interposición de pantallas.- *En las condiciones anteriores, vamos a analizar el efecto de interponer una pantalla de palastro delgada de (2 x 1) m² a una distancia de 1,5 m delante de la superficie a proteger, a igual distancia de A_1 y de A_2; se puede poner que:*

$$\frac{1}{2}\,(18.405 - 2{,}44.10^{-7}\,T^4_{pared}) = 300\ T_{pared} - 87.900 \ \Rightarrow\ T_{pared} = 320^oK = 47^oC$$

observándose que la mejora es apreciable, pero insuficiente.

Si en lugar de una pantalla, se utilizan dos, espaciadas 10 cm, la igualdad anterior toma la forma:

$$\frac{1}{3}\,(18405 - 2{,}44.10^{-7}\,T^4_{pared}) = 300\ T_{pared} - 87900 \ \Rightarrow\ T_{pared} = 311^oK = 38^oC$$

por lo que es suficiente una ventilación de 1.000 m³/hora para eliminar las: $\dfrac{14700}{3} = 4900\ \dfrac{Kcal}{hora}$*, que recibe la pared. El problema tendría entonces solución.*

****

VII.54.- Radiación de un gas caliente a las paredes de hogar.- La transferencia neta de calor, entre la superficie y los gases (humos), se determina mediante la ecuación:

$$q_{sup-gas} = J - G = \frac{A_s\ (\varepsilon_s\ \varepsilon_g\ E_{bg} - \varepsilon_s\ \alpha_g E_{bs})}{1 - (1 - \alpha_g)\,(1 - \varepsilon_s)}$$

Cuando las superficies son negras se verifica $\varepsilon_s = 1$ y la ecuación anterior se reduce a:

$q_{neta} = q_{sól-gas} = A_{sól}\ (\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g E_{b\,sól})$

La superficie negra $A_{sól}$ recibe por unidad de superficie un promedio de energía del gas igual a la energía que recibiría una superficie negra ficticia de área unidad colocada en el centro de una semiesfera de radio L constituida por el mismo gas y a la misma temperatura T_g.

Para superficies ligeramente grises, Höttel y Sarofin sugieren con errores inferiores al 10%, la siguiente:

$$q_{sol-gas} = A_{sól} \frac{\varepsilon_g + 1}{2} (\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g E_{b\,sól})$$

Si se considera un volumen de hogar de 160.000 ft^3, con un área superficial para la transferencia de calor de 19860 ft^2, por el mismo pasan los gases de combustión a 2540ºF estando las paredes del hogar a 1040ºF.

Los gases producto de la combustión, a 1 atmósfera, están compuestos por:

- Dióxido de carbono (CO_2), 10 %

- Vapor de agua (H_2O), 5 %

- Nitrógeno (N_2), 85 %

Siendo la presión parcial de cada uno de ellos proporcional a su concentración en la mezcla. El cálculo de la emisividad total del gas es función de la temperatura, de la presión parcial y de la longitud L que el gas debe recorrer.

El valor de L depende de la forma del recinto y vale: $L = 3{,}6 \times \frac{V}{A} = 3{,}6 \times \frac{160.000}{19.860} \approx 29$

Las emisividades del vapor de agua y del CO_2 se calculan a la presión de 1 atmósfera en la forma:

- Para el agua se tiene: $p_{H_2O}\, L = 29{,}0 \times 0{,}05 = 1{,}45 \Rightarrow \varepsilon_{H_2O} = 0{,}17$

- Para el dióxido de carbono: $p_{CO_2}\, L = 29{,}0 \times 0{,}10 = 2{,}90 \Rightarrow \varepsilon_{CO_2} = 0{,}16$

El factor de corrección es $\Delta\varepsilon = 0{,}05$, por lo que: $\varepsilon_g = \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2} - \Delta\varepsilon = 0{,}17 + 0{,}16 - 0{,}05 = 0{,}28$

El cálculo de la absortividad a de los gases es un poco más complejo que el de la emisividad; se calcula a partir de las mismas figuras que para la emisividad utilizando el mismo valor de *p L* que el empleado en el cálculo de e pero se toma como temperatura la de la superficie del sólido que emite la radiación (si el gas está más frío), o que la recibe (si el gas está más caliente)

- Para el H_2O $\Rightarrow C_{H_2O} = p_{H_2O}\, L \frac{T_{sól}}{T_{H_2O}} = 0{,}05 \times 29{,}0 \times \frac{1040 + 460}{2540 + 460} = 0{,}73$

- Para el CO_2 $\Rightarrow C_{CO_2} = p_{CO_2}\, L \frac{T_{sól}}{T_{CO_2}} = 0{,}10 \times 29{,}0 \times \frac{1040 + 460}{2540 + 460} = 1{,}45$

- En la Fig IV.18, con los valores 0,73 y 1.500ºF, se lee: $\varepsilon_{H_2O}(C_{H_2O}, T_{sól}) = 0{,}22$

- En la Fig IV.19, con los valores 1,45 y 1.500ºF, se lee: $\varepsilon_{CO_2}(C_{CO_2}, T_{sól}) = 0{,}16$

- Para el H_2O: $\alpha_{H_2O} = \varepsilon_{H_2O}(C_{H_2O}, T_s) \left(\frac{T_{H_2O}}{T_s}\right)^{0{,}45} = 0{,}22 \left(\frac{2540 + 460}{1040 + 460}\right)^{0{,}45} = 0{,}35$

- Para el CO_2: $\alpha_{CO_2} = \varepsilon_{CO_2}(C_{CO_2}, T_s) \left(\frac{T_{CO_2}}{T_s}\right)^{0{,}65} = 0{,}16 \left(\frac{2540 + 460}{1040 + 460}\right)^{0{,}65} = 0{,}25$

- Los dos parámetros para entrada en la Fig IV.20, son:

$$\frac{p_{H_2O}}{p_{CO_2} + p_{H_2O}} = \frac{0{,}10}{0{,}05 + 0{,}10} = 0{,}66 \quad y \quad p_{H_2O}L + p_{CO_2}L = 1{,}45 + 2{,}90 = 4{,}35$$

y con estos valores se obtiene el coeficiente de corrección $\Delta\alpha = 0{,}05$, por lo que:

$\alpha_g = \alpha_{H_2O} + \alpha_{CO_2} - \Delta\alpha = 0{,}35 + 0{,}25 - 0{,}05 = 0{,}55$

El flujo neto de la transferencia de calor es:

$$q_{neta} = q_{sól-gas} = A_{sól} (\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g E_{b\,sól}) = 19860 \{(0{,}28 \times 3000^4) - (0{,}55 \times 1500^4)\} = 677 \times 10^6 \text{Btu/h}$$

En las estimaciones de transferencia de calor en calderas, la longitud del haz siempre es grande, y por ello son también grandes los valores de los parámetros *p L.*