Física III A - Guía Nº 9

Juntura y diodo PN

---

1) Una unión abrupta de Silicio tiene un dopado de $N_A = 5 \cdot 10^{15} cm^{-3}$ y $N_D = 10^{15} cm^{-3}$ y una sección transversal $A = 10^{-4} cm^2$. Suponga una aproximación de vaciamiento, tensión aplicada $V_A = 0$ y $n_i = 10^{10} cm^{-3}$

a) Calcule V_{bi}.

b) Calcule x_n, x_p y el ancho total de la región de vaciamiento.

c) ¿Cuál es la carga iónica positiva total en la región de vaciamiento?

d) Calcule el campo eléctico en $x = 0$.

e) Trace el diagrama de densidad de cargas y campo eléctrico en función de la posición.

f) Calcule n_p y p_n en las regiones cuasi neutras.

g) Dibuje el diagrama de bandas de energía de los electrones del dispositivo.

h) ¿Qué porcentaje de W es la región de vaciamiento p, y cuál la región de vaciamiento n?

Solución:

a) Calculamos el potencial de contacto como

$$\begin{aligned} V_{bi} &= V_{th} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \\ &= 26 \cdot 10^{-3} V \cdot \ln\left[\frac{5 \cdot 10^{15} 10^{15}}{\left(10^{10}\right)^2}\right] = 0.637V \end{aligned}$$

b) Calculamos las longitudes de la zona desierta con

$$\begin{aligned} x_n &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi} N_A}{q N_D \left(N_A + N_D\right)}} = 8.32 \cdot 10^{-7} m = 0.83 \mu m \\ x_p &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi} N_D}{q N_A \left(N_A + N_D\right)}} = 1.66 \cdot 10^{-7} m = 0.17 \mu m \\ W &= x_p + x_n = 9.98 \cdot 10^{-7} m = 1 \mu m \end{aligned}$$

c) La carga positiva (iones en la zona n) es

$$\begin{aligned} Q_{nZD} &= q N_D A x_n \\ &= 1.602 \cdot 10^{-19} 10^{15} 10^{-4} 8.32 \cdot 10^{-7} C \\ &= 1.33 \cdot 10^{-12} C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{pZD} &= -Q_{nZD} \\ &= -1.33 \cdot 10^{-12} C \end{aligned}$$

d) El campo eléctrico en la zona desierta está dado por

$$E\left(x\right) = \begin{cases} -\frac{q N_A}{\epsilon_S}\left(x + x_p\right) & \text{si } -x_p < x < 0 \\ \frac{q N_D}{\epsilon_S}\left(x - x_n\right) & \text{si } 0 < x < x_n \end{cases}$$

de modo que

$$\begin{aligned} E(0) &= E_{MAX} \\ &= -\frac{qN_A}{\epsilon_S}x_p = \frac{qN_D}{\epsilon_S}x_n \\ &= -1.28 \cdot 10^6 \frac{V}{m} \end{aligned}$$

f) En la regiones neutras

$$\begin{aligned} p_{p0} &= N_A = 5 \cdot 10^{15} \mathrm{c}m^{-3} \\ n_{p0} &= \frac{n_i^2}{p_{p0}} = \frac{\left(10^{10}\right)^2}{5 \cdot 10^{15}} cm^{-3} = 2 \cdot 10^4 cm^{-3} \\ n_{n0} &= N_D = 1 \cdot 10^{15} \mathrm{c}m^{-3} \\ p_{n0} &= \frac{n_i^2}{n_{n0}} = \frac{\left(10^{10}\right)^2}{1 \cdot 10^{15}} cm^{-3} = 1 \cdot 10^5 cm^{-3} \end{aligned}$$

h) El prcentaje de la zona p es

$$r_p = \frac{x_p}{W} 100 = 16.67\%$$

y el de la zona n es

$$r_n = \frac{x_n}{W} 100 = 83.33\%$$

---

2) Un diodo de unión escalón p^+n tiene $N_A = 10^{17} \mathrm{c}m^{-3}$ y $N_D = 10^{15} \mathrm{c}m^{-3}$ ($n_i = 10^{10} \mathrm{c}m^{-3}$). Calcular:

a) V_{bi}

b) Calcule x_n, x_p , W y el campo eléctrico máximo.

c) Si $V_A = 0.4\mathrm{V}$ ($V_A = V(p) - V(n)$), los nuevos valores de x_n, x_p , W y el campo eléctrico máximo.

d) Si $V_A = -0.3\mathrm{V}$, los nuevos valores de x_n, x_p , W y el campo eléctrico máximo.

e) Grafique, en el mismo gráfico, el campo eléctrico $E(x)$ y el potencial $V(x)$ para los casos $V_A = 0$, c) y d).

Solución:

a) Calculamos el potencial de contacto como

$$\begin{aligned} V_{bi} &= V_{th} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \\ &= 26 \cdot 10^{-3} V \cdot \ln\left[\frac{10^{17} 10^{15}}{\left(10^{10}\right)^2}\right] = 0.714V \end{aligned}$$

b) Calculamos las longitudes de la zona desierta sin polarización con

$$\begin{aligned} x_{n0} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi} N_A}{qN_D\left(N_A + N_D\right)}} = 9.60 \cdot 10^{-7} m = 0.96\mu m \\ x_{p0} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi} N_D}{qN_A\left(N_A + N_D\right)}} = 9.60 \cdot 10^{-9} m = 9.6nm \\ W_0 &= x_{p0} + x_{n0} = 9.70 \cdot 10^{-7} m = 0.97\mu m \end{aligned}$$

y el campo eléctrico máximo es

$$\begin{aligned} E(0) &= E_{MAX0} \\ &= -\frac{qN_A}{\epsilon_S}x_{p0} = \frac{qN_D}{\epsilon_S}x_{n0} \\ &= -1.47 \cdot 10^6 \frac{V}{m} \end{aligned}$$

c) Con una polarización $V_A = 0.4V$ calculamos

$$\begin{aligned} x_n(V_A) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S(V_{bi}-V_A)N_A}{qN_D(N_A+N_D)}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi}\left(1-\frac{V_A}{V_{bi}}\right)N_A}{qN_D(N_A+N_D)}} \\ &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S V_{bi} N_A}{qN_D(N_A+N_D)}}\sqrt{1-\frac{V_A}{V_{bi}}} = x_{n0}\sqrt{1-\frac{V_A}{V_{bi}}} \\ &= 6.37 \cdot 10^{-7}m = 0.64\mu m \\ x_p(V_A) &= x_{p0}\sqrt{1-\frac{V_A}{V_{bi}}} = 6.37 \cdot 10^{-9}m = 6.37nm \\ W(V_A) &= x_p + x_n = 6.43 \cdot 10^{-7}m = 0.64\mu m \end{aligned}$$

y el campo eléctrico máximo como

$$\begin{aligned} E(0) &= E_{MAX}(V_A) \\ &= -\frac{qN_A}{\epsilon_S}x_p(V_A) = \frac{qN_D}{\epsilon_S}x_n(V_A) \\ &= -9.77 \cdot 10^5 \frac{V}{m} \end{aligned}$$

Notamos que con $V_A > 0$ se verifican

$$\begin{aligned} x_n &< x_{n0} \\ x_p &< x_{p0} \\ W &< W_0 \\ |E_{MAX}| &< |E_{MAX0}| \end{aligned}$$

d) Con una polarización $V_A = -0.3V$ calculamos

$$\begin{aligned} x_n(V_A) &= x_{n0}\sqrt{1-\frac{V_A}{V_{bi}}} = 1.14 \cdot 10^{-6}m = 1.14\mu m \\ x_p(V_A) &= x_{p0}\sqrt{1-\frac{V_A}{V_{bi}}} = 1.14 \cdot 10^{-8}m = 11.4nm \\ W(V_A) &= x_p + x_n = 1.16 \cdot 10^{-6}m = 1.16\mu m \end{aligned}$$

y el campo eléctrico máximo como

$$\begin{aligned} E(0) &= E_{MAX}(V_A) \\ &= -\frac{qN_A}{\epsilon_S}x_p(V_A) = \frac{qN_D}{\epsilon_S}x_n(V_A) \\ &= -1.76 \cdot 10^6 \frac{V}{m} \end{aligned}$$

Notamos que con $V_A < 0$ se verifican

$$\begin{aligned} x_n &> x_{n0} \\ x_p &> x_{p0} \\ W &> W_0 \\ |E_{MAX}| &> |E_{MAX0}| \end{aligned}$$

---

3) Trace el diagrama (el el mismo gráfico) de bandas de energía para un diodo de unión abrupta p^+n en:

a) Equilibrio.

b) Polarización directa.

c) Polarización inversa.

---

4) Una unión abrupta de silicio tiene $N_A = 5 \cdot 10^{15} cm^{-3}$ y $N_D = 10^{15} cm^{-3}$, $D_n = 33.75 \frac{cm^2}{s}$, $D_p = 12.4 \frac{cm^2}{s}$, $n_i = 10^{10} cm^{-3}$, $A = 10^{-4} cm^2$, $\tau_p = 0.4 \mu s$, $\tau_n = 0.1 \mu s$. Calcular:

a) La corriente de saturación inversa debida a huecos.

b) La corriente de saturación inversa debida a electrones.

c) La corriente de saturación inversa.

d) Si $V_A = V_{bi}/2$,

- **i)** La concentración de huecos y la concentración de huecos inyectados en x_n.
- **ii)** La concentración de huecos en $x = L_p/2$.
- **iii)** La concentración de electrones y la concentración de electrones inyectados en $-x_p$.
- **iv)** La concentración de huecos en $x = L_n/2$.

e) Si $V_A = -V_{bi}/2$,

- **i)** La concentración de huecos y la concentración de huecos inyectados en x_n.
- **ii)** La concentración de huecos en $x = L_p/2$.
- **iii)** La concentración de electrones y la concentración de electrones inyectados en $-x_p$.
- **iv)** La concentración de electrones en $x = -L_n/2$.

f) ¿Para qué valor de V_A y en que lugar del diodo se se contraviene por primera vez la hipótesis de “inyección de bajo nivel”? Utilice como criterio que los portadores minoritarios alcancen una concentración del 10% de la de los mayoritarios.

Solución:

a) La corriente de saturación inversa debida a huecos está dada por

$$I_{Sn} = q n_i^2 A \frac{D_n}{L_n N_A}$$

donde

$$\begin{aligned} L_n &= \sqrt{D_n \tau_{n0}} = \sqrt{33.75 \frac{cm^2}{s} 4 \cdot 10^{-7} s} \\ &= 0.0018371 cm \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} I_{Sn} &= 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot \left(1.45 \cdot 10^{10}\right) cm^{-6} \cdot 10^{-4} cm^2 \frac{33.75 \frac{cm^2}{s}}{1.84 \cdot 10^{-3} cm \cdot 1 \cdot 10^{15} cm^{-3}} \\ &= 1.2376 \cdot 10^{-14} A \end{aligned}$$

Además,

$$I_{Sp} = qn_i^2 A \frac{D_p}{L_p N_D}$$

donde

$$\begin{aligned} L_p &= \sqrt{D_p \tau_{p0}} = \sqrt{12.4\frac{cm^2}{s} 1 \cdot 10^{-7} s} \\ &= 0.0022271 cm \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} I_{Sp} &= 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot \left(1.45 \cdot 10^{10}\right) cm^{-6} \cdot 10^{-4} cm^2 \frac{12.4 \frac{cm^2}{s}}{2.23 \cdot 10^{-3} cm \cdot 10^{15} cm^{-3}} \\ &= 1.8753 \cdot 10^{-14} A \end{aligned}$$

c) La corriente de saturación inversa es

$$\begin{aligned} I_S &= I_{Sn} + I_{Sp} \\ &= 1.24 \cdot 10^{-14} A + 1.88 \cdot 10^{-14} A \\ &= 3.11 \cdot 10^{-14} A \end{aligned}$$

d) Primero calculo

$$V_{bi} = V_{th} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.637V$$

de modo que

$$V_A = \frac{V_{bi}}{2} = 0.318V$$

i) La concentración de huecos en x_n es

$$\begin{aligned} p_n(x_n) &= p_{n0} e^{\frac{V_A}{V_{th}}} \\ &= \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V_A}{V_{th}}} = 2.1 \cdot 10^5 e^{\frac{0.318}{0.026}} \\ &= 4.70 \cdot 10^{10} cm^{-3} \end{aligned}$$

ii) La concentración de exceso de huecos en cualquier punto x de la región n está dada por

$$\delta p_n(x) = p_{n0} \left(e^{\frac{V_A}{V_{th}}} - 1 \right) e^{\frac{x_n(V_A) - x}{L_p}}$$

y la concentación total de huecos en la zona n está dada por

$$p_n(x) = p_{n0} + \delta p_n(x)$$

de modo que

$$\begin{aligned} p_n(L_p) &= p_{n0} + \delta p_n(L_p) \\ &= \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V_A}{V_{th}}} - 1 \right) e^{\frac{x_n(V_A) - L_p}{L_p}} \\ &= 1.73 \cdot 10^{10} cm^{-3} \end{aligned}$$

iii) La concentración de electrones en $-x_p$ es

$$\begin{aligned} n_p(-x_p) &= n_{p0} e^{\frac{V_A}{V_{th}}} \\ &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_A}{V_{th}}} = 2.1 \cdot 10^5 e^{\frac{0.318}{0.026}} \\ &= 9.40 \cdot 10^9 cm^{-3} \end{aligned}$$

iv) La concentración de exceso de electrones en cualquier punto x de la región p está dada por

$$\delta n_p(x) = n_{p0} \left(e^{\frac{V_A}{V_{th}}} - 1 \right) e^{\frac{L_n + x_p(V_A)}{L_n}}$$

y la concentación total de huecos en la zona p está dada por

$$n_p(x) = n_{p0} + \delta n_p(x)$$

de modo que

$$\begin{aligned} n_p(L_n) &= n_{p0} + \delta n_p(L_n) \\ &= \frac{n_i^2}{N_A} + \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V_A}{V_{th}}} - 1 \right) e^{\frac{x + x_p(V_A)}{L_n}} \\ &= 2.56 \cdot 10^{10} cm^{-3} \end{aligned}$$

---

5) Un diodo de unión abrupta de silicio tiene $N_A = 10^{17} cm^{-3}$ y $N_D = 10^{15} \mathrm{cm}^{-3}$, $\mu_n = 801 \frac{cm^2}{V \cdot s}$, $\mu_p = 477 \frac{cm^2}{V \cdot s}$, $n_i = 10^{10} \mathrm{cm}^{-3}$, $A = 10^{-4} cm^2$, $\tau_p = 1\mu s$, $\tau_n = 0.1\mu s$. En cada uno de los siguientes casos calcule la corriente del diodo, la resistencia dinámica, la capacidad de juntura y la capacidad de difusión.

a) $V_A = -50\mathrm{V}$.

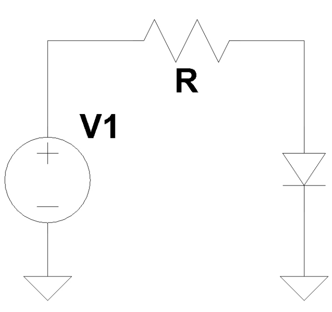
b) $V_A = -0.1\mathrm{V}$.

c) $V_A = 0.2\mathrm{V}$

d) $V_A = 0.8\mathrm{V}$.

---

6) En el circuito de la figura, $R = 1k\Omega$:



a) Calcular, indicando el modelo utilizado para el diodo, la corriente si

i) $V_1 = 2V$

ii) $V_1 = 0.2V$

b) Se agrega, en serie con $V_1 = 2V$, una fuente de señal $v_s(t) = \hat{v}_s \sin(\omega t)$, donde $\hat{v}_s = 5mV$. Calcular la corriente en función del tiempo.

Solución:

a) Utilizamos el modelo del diodo para señal arbitraria dado por

$$I\left(V\right)=\begin{cases}0 & \text{si } V<V_D\\ \neq 0 & \text{si } V=V_D\end{cases}$$

donde tomamos $V_D = 0.7V$.

i) Suponiendo que el diodo conduce, la ecuación Kirchoff de los voltajes lleva a

$$I=\frac{V_1-V_D}{R}=\frac{2V-0.7V}{1k\Omega}=1.3mA$$

ii) De la misma forma que antes ahora tendremos

$$I=\frac{V_1-V_D}{R}=\frac{0.2V-0.7V}{1k\Omega}=-0.5mA$$

de modo que $I<0$ contradice la suposición inicial y la respuesta es

$$I=0$$

b) Utilizando el modelo de pequeña señal del diodo, resolvemos el circuito como superposición del circuito de polarización mas el circuito de señal. El de polarización es el mismo que en a.i), de modo que $I_Q = 1.3mA$. En el modelo de pequeña señal, el diodo está representado por una resistencia $r_d = \frac{V_{th}}{I_Q}$ (suponemos que a la frecuencia de trabajo los capacitores del modelo tienen reactancias muy grandes). Entonces,

$$r_d=\frac{V_{th}}{I_Q}=\frac{26mV}{1.3mA}=20\Omega$$

de modo que la ecuación del circuito de señal queda

$$i=\frac{\hat{v}_s}{R+r_d}=\frac{5mV}{1020\Omega}=4.9\mu A$$

Finalmente, la corriente total es

$$i_T\left(t\right)=1.3mA+4.9\mu A\sin\left(\omega t\right)$$