Física III A - Guía Nº 10

Transporte Ambipolar

---

1) Un semiconductor, en equilibrio térmico, tiene una concentración de huecos de $p_0 = 10^{16}$ cm^{-3} y una concentración intrínseca de $n_i = 10^{10}$ cm^{-3}. El tiempo de vida de los portadores minoritarios es $2 \cdot 10^{-7}$ s.

a) Determine la velocidad de recombinacion de electrones en equilibrio térmico.

b) Determine el cambio en la velocidad de de recombinación de los electrones si existe un exceso de $\delta n = 10^{12}$ cm^{-3} en la concentración de electrones

---

2) Suponga que un semiconductor tipo n es iluminado uniformemente, produciendo una velocidad de generación en exceso uniforme g'. Mostrar que el cambio en la conductividad en estado estacionario del semiconductor esta dado por

$$\Delta\sigma = q(\mu_n + \mu_p)\tau_{p0} g' \tag{1}$$

Solución:

Para un semiconductor tipo n, la ecuación de transporte ambipolar es

$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

En este caso, como la generación de excesos es uniforme (las concentraciones necesariamente lo son, es hipótesis para llegar a la ecuación) resulta

$$\frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} = 0$$

además, por pedirse estado estacionario (que no es lo mismo que equilibrio térmico) debe ser

$$\frac{\partial (\delta p)}{\partial t} = 0$$

Así, en est este ejemplo la ecuación diferencial queda reducida a una ecuación algebraica

$$g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}}$$

de la cual resulta

$$\delta p = g' \tau_{p0} \tag{2}$$

Por otro lado, la conductividad está dada por

$$\begin{aligned}
\sigma &= q\,(n\mu_n + p\mu_p) \\
&= q\left[(n_0 + \delta n)\,\mu_n + (p_0 + \delta p)\,\mu_p\right] \\
&= q\,(n_0\mu_n + p_0\mu_p) + q\,(\delta n\mu_n + \delta p\mu_p) \\
&= \sigma_0 + q\,(\mu_n + \mu_p)\,\delta p
\end{aligned}$$

de modo que

$$\Delta\sigma = q(\mu_n + \mu_p)\delta p \tag{3}$$

Finalmente, con (2) en (3) resulta (1)

---

3) Un semiconductor tipo n de Arseniuro de Galio está dopado con $N_d = 10^{16}$ cm^{-3} y $N_a = 0$. El tiempo de vida de los portadores minoritarios es $\tau_{p0} = 2 \cdot 10^{-7}$ s. Calcular el incremento de la conductividad en estado estacionario y la velocidad de recombinacion de los portadores en exceso en estado estacionario si incide en el semiconducor una velocidad de generación uniforme $g' = 2 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}s^{-1}.

---

4) Una muestra de Silicio a $T = 300K$ es tipo n con $N_A = 5 \cdot 10^{16}$ cm^{-3} y $N_D = 0$. La muestra tiene una longitud de 0.5 cm y una sección transversal de area 10^{-4} cm^2. En $t = 0$ la muestra se ilumina con luz, produciendo una velocidad de generación de portadores en exceso de $g' = 2 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}s^{-1} uniforme en toda la muestra. El tiempo de vida de los portadores minoritarios es $\tau_{n0} = 3 \cdot 10^{-7}$ s. Calcule las concentraciones totales de portadores (mayoritarios y minoritarios) para $t \geq 0$. Grafique.

Solución:

Para un semiconductor tipo p, la ecuación de transporte ambipolar es

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

En este caso, como la generación de excesos es uniforme (las concentraciones necesariamente lo son, es hipótesis para llegar a la ecuación) resulta

$$\frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} = 0$$

de modo que la ecuación queda

$$g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

o bien

$$\frac{\partial (\delta n)}{\partial t} + \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = g' \tag{4}$$

con la condición inicial $\delta n\,(t = 0) = 0$.

Para resolver, escribimos la solución como la suma de la solución general de la ecuación homogénea mas una solución particular

$$\delta n\,(t) = \delta n_H\,(t) + \delta n_P$$

La función $\delta n_H\,(t)$ resulta de resolver

$$\frac{\partial (\delta n)}{\partial t} + \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0 \tag{5}$$

para lo cual se puede proponer una solución del tipo $e^{\alpha t}$ y reemplazar en (5), de donde se obtiene

$$\alpha + \frac{1}{\tau_{n0}} = 0 \Rightarrow \alpha = -\tau_{n0}$$

de modo que

$$\delta n_H(t) = Ae^{-t/\tau_{n0}}$$

Para encontrar la solución particular, probamos con una función que tenga la misma dependencia funcional con el tiempo que el término fuente. Éste, g', es constante con el tiempo, de modo que probamos $\delta n_P = K$ (cte.). Reemplazando en (4) queda

$$0 + \frac{K}{\tau_{pn0}} = g'$$

de donde

$$\delta n_P = K = g'\tau_{n0}$$

Así, la solución de la ecuación es

$$\delta n(t) = Ae^{-t/\tau_{n0}} + g'\tau_{n0} \tag{6}$$

a la cual aplico la condición inicial

$$\delta n(0) = A + g'\tau_{n0} = 0 \Rightarrow A = -g'\tau_{n0}$$

resultando

$$\delta n(t) = g'\tau_{n0}\left(1 - e^{-t/\tau_{n0}}\right)$$

Finalmente, las concentraciones totales son

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0 + \delta n(t) = \frac{n_i^2}{N_A} + g'\tau_{n0}\left(1 - e^{-t/\tau_{n0}}\right) \\ p(t) &= p_0 + \delta p(t) = N_A + g'\tau_{n0}\left(1 - e^{-t/\tau_{n0}}\right) \end{aligned}$$

---

5) Una muestra de Silicio a $T = 300$ K es tipo n con $N_d = 5 \cdot 10^{16}$ cm^{-3} y $N_a = 0$. La muestra tiene una longitud $L = 0.1$ cm y una sección transversal de area $A = 10^{-4}$ cm^2. Se aplica un voltaje de $\Delta V = V(0) - V(L) = 5V$ entre los extremos de la muestra. Para $t < 0$ la muestra fue iluminada con luz, produciendo una velocidad de generación de portadores en exceso de $g' = 5 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}s^{-1} uniforme en toda la muestra. El tiempo de vida de los portadores minoritarios es $\tau_{p0} = 3 \cdot 10^{-7}$ s. A $t = 0$ se apaga la luz. Obtenga la expresión para la corriente en la muestra en función del tiempo (desprecie los efectos de superficie).

Solución:

Para $t < 0$ la muestra se encuentra en estado estacionario con iluminación aplicada. Como vimos en un ejercicio anterior, esto lleva a

$$\delta p(t \leq 0) = g'\tau_{p0} \tag{7}$$

Consideremos ahora $t \geq 0$.
Para un semiconductor tipo n, la ecuación de transporte ambipolar es

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

En este caso, como la generación de excesos es uniforme (las concentraciones necesariamente lo son, es hipótesis para llegar a la ecuación) resulta

$$\frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} = 0$$

Además, como no hay generación de excesos es $g' = 0$. La ecuación entonces queda

$$-\frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial (\delta p)}{\partial t}$$

o bien

$$\frac{\partial (\delta p)}{\partial t} + \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = 0 \tag{8}$$

con la condición inicial

$$\delta p (t = 0) = g' \tau_{p0} \tag{9}$$

Resolviendo como en ejercicios anteriores (en este caso sin término debido a la solución particular, la ecuación es homegénea) resulta

$$\delta p (t) = A e^{-t/\tau_{p0}}$$

Aplicando la condición inicial queda

$$\delta p (t) = g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}}$$

Las concentraciones totales son

$$\begin{aligned} n (t) &= n_0 + \delta n (t) = N_D + g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}} \\ p (t) &= p_0 + \delta p (t) = \frac{n_i^2}{N_D} + g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}} \end{aligned}$$

Suponiendo que el campo eléctrico aplicado es uniforme, su valor es

$$E = \frac{\Delta V}{L}$$

de modo que la densidad de corriente de electrones es

$$\begin{aligned} J_n &= J_{nD} + J_{nA} = 0 + J_{nA} \\ &= q \mu_n n E \\ &= q \mu_n \left(N_D + g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}} \right) \frac{\Delta V}{L} \end{aligned}$$

y la corriente es

$$I_n = A J_n = q \mu_n A \left(N_D + g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}} \right) \frac{\Delta V}{L}$$

De la misma forma, la corriente de huecos es

$$I_p = q \mu_p A \left(\frac{n_i^2}{N_D} + g' \tau_{p0} e^{-t/\tau_{p0}} \right) \frac{\Delta V}{L}$$

---

6) Considere una barra de Silicio tipo p de longitud L muy larga, sección A, y uniformemente dopada con $N_A = 3 \cdot 10^{15}$ cm^{-3} a $T = 300$ K. El campo eléctrico aplicado es cero. En un extremo del semiconductor incide una fuente de luz, la cual produce una concentración de excesos. La concentracion de portadores en exceso generada en $x = 0$ es $\delta n(0) \equiv \delta n_0 = 10^{13} cm^{-3}$. Suponga los siguientes parámetros:

$$\begin{array}{lcl} \mu_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s} & ; & \tau_{n0} = 5 \cdot 10^{-7} s \\ \mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s} & ; & \tau_{p0} = 1 \cdot 10^{-7} s \end{array}$$

a) Calcule las concentraciones totales de electrones y huecos en estado estacionario como función de la distancia dentro del semiconductor ¿Que significa que la longitud de la muestra es "muy larga"?

b) Calcule la carga total de electrones en exceso. Interprete.

c) Calcule la densidad de corriente de difusión de electrones y de huecos como función de x.

Solución:

a) Para un semiconductor tipo p, la ecuación de transporte ambipolar es

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial (\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial (\delta n)}{\partial t}$$

Nada indica que haya campo externo aplicado, de modo que $E = 0$. No hay generación de excesos, $g' = 0$. Y como vamos a calcular en estado estacionario, $\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0$. Entonces, la ecuación queda

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0 \tag{10}$$

Las condiciones de contorno son

$$\delta n (x = 0) = \delta n_0 \tag{11}$$
$$\delta n (x = L) = 0 \tag{12}$$

Para resolver (10) probamos una solución del tipo $e^{\beta x}$, y reemplazando en (10) se obtiene

$$D_n \beta^2 - \frac{1}{\tau_{n0}} = 0$$

o bien

$$\beta^2 = \frac{1}{D_n \tau_{n0}} = \frac{1}{L_n^2}$$

donde se ha definido la longitud de difusión $L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_{n0}}$.
Entonces,

$$\beta = \pm \frac{1}{L_n}$$

con lo cual la solución general de (10) es

$$\delta n (x) = A e^{-x/L_n} + B e^{x/L_n}$$

La condición L "muy larga" significa $L \gg L_n$ o $\frac{L}{L_n} \gg 1$. Así, para que pueda cumplirse la condición (12) deberá ser $B = 0$. Luego, para que se cumpla (11) de berá ser $A = \delta n_0$. Así,

$$\delta n (x) = \delta n_0 e^{-x/L_n}$$

Luego,

$$\begin{aligned} n(x) &= n_0 + \delta n(x) = \frac{n_i^2}{N_A} + \delta n_0 e^{-x/L_n} \\ p(x) &= p_0 + \delta p(x) = N_A + \delta n_0 e^{-x/L_n} \end{aligned}$$

b) La carga total de electrones en exceso en la muestra está dada por

$$\begin{aligned} \Delta Q_n &= \iiint (-q)\, \delta n(x)\, dV \\ &= -q \iint_A dydz \int_0^L \delta n(x)\, dx = -qA \int_0^L \delta n_0 e^{-x/L_n} dx \\ &= -qA\delta n_0 \left\{ -L_n e^{-x/L_n} \Big|_0^L \right\} \simeq -q\delta n_0 A L_n \end{aligned} \tag{13}$$

A partir de (13) podemos interpretar a L_n. La carga en excesos de electrones puede verse como la carga generada en la superficie, $-q\delta n_0$, uniformemente distribuida en un volumen AL_n. De este modo, podemos imaginar que la carga generada en $x = 0$ se difunde sin recombinarse hasta una longitud L_n, a partir de la cual no hay mas carga en exceso: todos los excesos se rembinan a partir de L_n. Desde luego, ésta no es la situación real. Algunos huecos se recombinan antes de L_n y otros mas allá de L_n, pero L_n es la longitud *media* de difusión: la longitud *media* que recorre un electrón sin recombinarse.

c) Como no hay campo eléctrico externo aplicado, las corrientes serán difusivas. Pero hay que tener en cuenta que en el transporte ambipolar el coeficiente de difusión es el coeficiente de difusión de los portadores minoritarios, tanto para éstos como para los mayoritarios. Así,

$$\begin{aligned} J_n &= qD_n \frac{dn}{dx} \\ &= q\mu_n V_{th} \frac{d}{dx}\left[n_0 + \delta n(x)\right] \\ &= q\mu_n V_{th} \frac{d}{dx}\left[\delta n(x)\right] = q\mu_n V_{th} \frac{d}{dx}\left(\delta n_0 e^{-x/L_n}\right) \\ &= -\frac{q\mu_n V_{th}}{L_n} \delta n_0 e^{-x/L_n} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} J_p &= -qD_n \frac{dp}{dx} \\ &= \frac{q\mu_n V_{th}}{L_n} \delta n_0 e^{-x/L_n} \end{aligned}$$

---

7) El extremo $x = 0$ de una barra semiinfinita (o sea, de longitud $L \gg L_n$) de Germanio dopada con $N_A = 1 \cdot 10^{14}$ cm^{-3} y mantenida a $T = 300$ K se adjunta a un "devorador de portadores minoritarios" el cual hace $n_p = 0$ en $x = 0$ (n_p es la concentración de electrones minoritarios en un semiconductor tipo p). El campo eléctrico es cero.

a) Determine los valores n_{p0} y p_{p0} de equilibrio térmico.

b) ¿Cual es la concentración de portadores minoritarios en exceso en $x = 0$?

c) Obtenga la expresión para la concentración de portadores minoritarios en exceso en estado estacionario como función de x.

Solución:

a) Con las aproximaciones usuales,

$$\begin{aligned} p_{p0} &= N_A \\ n_{p0} &= \frac{n_i^2}{N_A} \end{aligned}$$

b) En $x = 0$ la concentracion total de electrones es $n_p(0) = 0$, pero

$$n_p(0) = n_{p0} + \delta n_p(0)$$

de modo que la concentración de excesos en $x = 0$ es

$$\delta n_p(0) = -n_{p0}$$

c) Para un semiconductor tipo p, la ecuación de transporte ambipolar es

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

Nada indica que haya campo externo aplicado, de modo que $E = 0$. No hay generación de excesos, $g' = 0$. Y como vamos a calcular en estado estacionario, $\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0$. Entonces, la ecuación queda

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0 \tag{14}$$

Las condiciones de contorno son

$$\begin{aligned} \delta n(x = 0) &= -n_{p0} \qquad (15) \\ \delta n(x = L) &= 0 \qquad (16) \end{aligned}$$

Resolviendo como en el ejercicio anterior, obtenemos

$$\delta n(x) = -n_{p0} e^{-x/L_n}$$

Luego,

$$\begin{aligned} n(x) &= n_0 + \delta n(x) = \frac{n_i^2}{N_A} - n_{p0} e^{-x/L_n} \\ p(x) &= p_0 + \delta p(x) = N_A - n_{p0} e^{-x/L_n} \end{aligned}$$

---

8) En un semiconductor tipo p se crean portadores en exceso en el borde $x = 0$ como muestra la figura 6.19 (libro de Neamen). La concentración de dopantes es $N_a = 5 \cdot 10^{16}$ cm^{-3} y $N_d = 0$. La concentración de portadores en exceso en estado estacionario en $x = 0$ es 10^{15} cm^{-3}. El campo electrico aplicado es cero. Suponga $\tau_{n0} = \tau_{p0} = 8 \cdot 10^{-7}$ s.

a) Calcule δn y las corrientes de difusión de electrones y huecos en $x = 0$.

b) Repita la parte a) para $x = L_n$.