Física III A - Guía Nº 5

Mecanica estadística

---

1) Describa la Ley de distribución de Maxwell-Boltzmann, indicando su significado y suposiciones en las que se basa.

a) ¿Que es la funcion de partición?

b) ¿Como se calcula la energía media en un sistema de partículas representado por la estadística de Maxwell-Boltzmann?

---

2) Se tiene un sistema de partículas distingibles con solo dos estados de energía, $E_1 = \epsilon$ y $E_2 = -\epsilon$ ($g_1 = g_2 = 1$).

a) Calcule la función de partición.

b) Calcule la energía media por partícula y del sistema.

---

3) Un sistema de N partículas posee 3 niveles de energía accesibles con valores $E_1 = -E$; $E_2 = 0$; $E3 = +E$. La degeneración de cada nivel es $g = 1$. Sabiendo que las partículas son distinguibles, calcule:

a) La función partición del sistema.

b) La energía promedio por partícula y del sistema.

c) La capacidad calorífica a volumen constante.

---

4) Se puede considerar que los átomos de un sólido constituyen un sistema de osciladores armónicos en 3-D con energías $E(n_1, n_2, n_3) = (n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2})h\nu$ (Modelo de Einstein).

a) Demuestre que la función de partición del sistema es ($g = 1$) $Z = e^{\frac{3h\nu}{2kT}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)^{-3}$.

b) Calcule la energía media de las partículas.

c) Calcule el calor específico a volumen constante y analice

---

5) Se tiene una caja cúbica de paredes perfectamente reflectoras (Pozo infinito 3D). Resuelva la ecuación de Schrodinger ¿Que significa que un nivel de energía es degenerado? ¿Cual es la degeneración del nivel de energía $E_9 = \frac{9\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$? Obtenga una expresión que permita calcular el número de estados por unidad de intervalo de energía.

---

6) Deduzca la velocidad cuadrática media, la velocidad media y la más probable a partir de la ley de distribución de velocidades de partículas que de un gas ideal clásico. Evalúelas para $T = 300$ K.

---

7) Hallar la función de partición Z y la energía media por partícula para un gas de moléculas monoatómica que obedecen a la estadística de MB ¿A que se denomina Principio de equipartición?

---

8) Demuestre que la longitud de onda de De Broglie de una partícula de masa m que se mueve con la velocidad más probable de una distribución de Maxwell-Boltzmann a la temperatura T es:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mkT}}$$

---

9) ¿A que se denomina función de distribución de Fermi? ¿Que representa?

a) Grafique la función de distribución de Fermi para $T = 0$ y $T > 0$.

b) Grafique el número de electrones con energías comprendidas entre E y $E + dE$ en función de la energía para $T = 0$ K y $T > 0$ K.

---

10) Obtenga una expresión para la ε_F en función del número de electrones por unidad de volumen (N/V). Defina y calcule:

a) Temperatura de Fermi.

b) Velocidad de Fermi.

---

11) La energía de Fermi varía con la temperatura conforme a la expresión:

$$\varepsilon_F\left(T\right) = \varepsilon_F\left(0\right)\left[1 - \frac{\pi}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2 - \ldots\right]$$

Donde $\varepsilon_F\left(0\right)$ es el valor para $T = 0$ K.

a) Demuestre que cuando $T = 3^{1/2}\frac{T_F}{5\pi}$ donde $T_F = \varepsilon_F/k$ la energía de Fermi varía en 1% respecto de su valor en 0 K.

b) Calcule esa temperatura para el Cu y el Ag.

c) ¿Es válido considerar a la ε_F constante con la temperatura a temperatura ambiente?

---

12) Calcule la energía media de un conjunto de electrones. Escriba en función de la energía de Fermi ¿Que aproximaciones realiza? Justifique.

---

13) Calcule la velocidad media de un conjunto de electrones. Escriba en función de la velocidad de Fermi.

---

15) Para un sistema bidimensional de partículas (fermiones) libres contenidas en un recipiente de lado a (pozo infinito bidimensional)

a) Calcule $g(E)$.

b) Calcule la energía de Fermi para dicho gas.

---

16) Para un sistema de N partículas idénticas en un volumen V:

a) Enuncie un criterio físico para decidir cuándo las partículas se pueden tratar como distinguibles y cuándo como indistinguibles.

b) ¿Qué estadística obedece un sistema formado por partículas de este tipo si además ellas tienen spin semientero? Ejemplos.

c) ¿Y si tienen spin entero? Ejemplos.

---

17) El cobre posee una densidad atómica de $8.5 \cdot 10^{22}$ cm^{-3} . Su conductividad a temperatura ambiente (300K) es $\sigma = 6 \cdot 10^5\, (\Omega \cdot cm)^{-1}$.

a) Calcule la concentración de electrones libres en una muestra de cobre, suponiendo que cada átomo contribuye con un único electrón a la conducción eléctrica.

b) Calcule el tiempo libre medio $\langle \tau \rangle$ y el camino libre medio $\langle L \rangle$.

c) Calcule la movilidad de los electrones libres.

---

18) Para los electrones en el Li, cuya energía de Fermi es 4.72 eV:

a) Calcule la velocidad de Fermi.

b) Calcule la longitud de onda de De Broglie de un electrón moviéndose a la velocidad de Fermi y compárela con la distancia media entre electrones. Discuta físicamente el resultado.