

Física III A - Guía N° 4

Cuántica formal

- 1) Escriba y explique los postulados de la Teoría Cuántica.
- 2) Basándose en los postulados de la mecánica cuántica, obtenga los operadores asociados con las siguientes magnitudes físicas:
 - a) La posición.
 - b) La cantidad de movimiento.
 - c) La energía cinética.
 - d) La energía total.
 - e) El momento angular.
- 3) El estado de una partícula en un pozo infinito de longitud a está dado por

$$\Psi_n(x, t) = \varphi_n(x) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t}$$

donde

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(n \frac{\pi}{a} x\right)$$

- a) Calcular el valor medio de la energía, $\langle \hat{H} \rangle$.
 - b) Calcular la dispersión de la energía, σ_H .
 - c) ¿Que características tiene el estado?
- 4) El estado de un electrón en un pozo infinito de longitud $a = 3\text{\AA}$ está dado por

$$\Psi(x, t) = c_1 \varphi_1(x) e^{-i \frac{E_1}{\hbar} t} + \frac{1}{\sqrt{3}} \varphi_2(x) e^{-i \frac{E_2}{\hbar} t}$$

donde

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(n \frac{\pi}{a} x\right)$$

- a) Calcular c_1 .
 - b) Calcular el valor medio de la energía, $\langle \hat{H} \rangle$.
 - c) Calcular la dispersión de la energía, σ_H .
 - d) ¿Que características tiene el estado?
- 5) (Optativo) En la Teoría Cuántica el Principio de Incerteza entre dos magnitudes físicas (observables) A y B se expresa como

$$\sigma_A^2 \sigma_B^2 \geq \left(\frac{1}{2i} \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right)^2$$

donde $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ es el conmutador entre $\hat{A}$ y $\hat{B}$.

- a) Expresar el Principio de Incerteza para x y p_x . Interprete.

b) Exprese el Principio de Incerteza para x y p_y . Interprete.

6) ¿Cuáles de las siguientes funciones son autofunciones del momento $\hat{p}_x$?

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= A \sin(kx) \\ \varphi(x) &= A [\cos(kx) + i \sin(kx)] \\ \varphi(x) &= A [e^{ikx} + e^{-ikx}] \\ \varphi(x) &= A [\cos(kx) + \sin(kx)] \\ \varphi(x) &= A e^{ik(x-a)} \\ \varphi(x) &= A [e^{ikx} + i e^{-ikx}]\end{aligned}$$

7) Determine los valores promedio de $\hat{x}$, $\hat{x}^2$, $\hat{p}$ y $\hat{p}^2$ para el estado fundamental y el primer estado excitado de un electrón confinado en un pozo de potencial infinito de ancho a .

8) Si $\psi(x)$ es una función de onda normalizada y continua, puede escribirse en términos de las autofunciones $\varphi_j(x)$ de un operador hermitico $\hat{A}$ de la siguiente manera:

$$\psi(x) = \sum_j c_j \varphi_j(x)$$

a) Obtenga una expresión para los coeficientes c_j .

b) Calcule $\langle \hat{A} \rangle$. Interprete físicamente la cantidad $|c_j|^2$.

9) El estado de una partícula, en un pozo de potencial de ancho $a = 3$ nm, y a un instante t , está descrito por la función de onda:

$$\psi(x) = 0.829\varphi_1(x) + 0.518\varphi_2(x) + 0.207\varphi_3(x)$$

a) Calcule el valor medio de la energía, expresado en eV, y el valor medio de $\hat{p}^2$.

b) Si existen 10^7 sistemas idénticos del tipo descrito ¿Cuántos estarán en el estado $n = 1$?

c) ¿Cuál es el valor de energía más probable en una medición?

10) ¿Pueden las ondas planas representar a una partícula libre? Justifique. ¿Que es un paquete de ondas?

11) El estado de una partícula de masa m en un pozo infinito esta dado, a $t = 0$, por

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{3}}\varphi_1(x) + c_4\varphi_4(x)$$

a) Hallar c_4 .

b) Calcular $\langle E \rangle$ y σ_E . Interprete.

12) Una partícula se mueve con energía potencial $V(x) = -V_0 e^{-\alpha x^2}$.

a) Haga el gráfico de $V(x)$.

b) Haga un bosquejo de las funciones de onda cuando la energía total es > 0 o < 0 .

c) ¿Espera tener niveles de energía cuantificados en determinados rangos de energía?

d) Estime la energía del punto cero (la energía más baja, E_0). Se sugiere observar que para energías próximas a E_0 la partícula oscila con una frecuencia $\omega = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{d^2 V}{dx^2} \Big|_0}$