Física III A - Guía Nº 2

Atomo de Bohr - De Broglie - Difracción de Bragg

Atomo de Bohr

1) Calcule las tres longitudes de onda mayores, y el límite de las series de Balmer y de Brackett. Grafique ambas en la misma escala lineal.
Solución :
La seria de Balmer está dada por

$$k = \frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \ ,n = 3, 4, ..$$

de modo que las mayores longitudes de onda son

$$\begin{aligned}\lambda\,(n=3) &= 6564.7\text{Å} \\ \lambda\,(n=4) &= 4862.7\text{Å} \\ \lambda\,(n=5) &= 4341.7\text{Å}\end{aligned}$$

además,

$$\lambda_{MIN} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{4}{R_H} = 3.65 \cdot 10^{-5}\text{Å}$$

La serie de Brackett es

$$k = \frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \ ,n = 5, 6, ..$$

de modo que las mayores longitudes de onda son

$$\begin{aligned}\lambda\,(n=5) &= 40523\text{Å} \\ \lambda\,(n=6) &= 26259\text{Å} \\ \lambda\,(n=7) &= 21661\text{Å}\end{aligned}$$

además,

$$\lambda_{MIN} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{R_H\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{16}{R_H} = 1.46 \cdot 10^{-4}\text{Å}$$

---

2) Calcule la velocidad angular, la energía potencial y cinética del electrón en un átomo de Hidrógeno, en función del número cuántico n, suponiendo que el electrón se mueve en órbitas circulares (Modelo de Bohr).
Solución : ver apunte sobre el átomo de Bohr.

---

3) La emisión de radiación en un átomo se puede estimular por medio de una fuente de radiación o el bombardeo con electrones

a) Explique detalladamente lo que ocurre cuando incide radiación de 97,353 nm sobre H.

b) Calcule las líneas de emisión que se observan y hacer un diagrama de todas las transiciones involucradas.

c) ¿Qué ocurre si los fotones son de 107,93 nm?

d) Idem si son electrones.

Solución :
En el Hidrógeno tenemos, para la absorción de radiación

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$$

a) De la fórmula anterior podemos despejar

$$n_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{R_H \lambda}}}$$

tengo que ver si hay un posible salto de niveles. Si $n_i = 1$, resulta $n_f = 3.93 \simeq 4$. Por lo tanto, salta del nivel 1 al 4.

b) Se observarán las lineas de emisión debidas a la posibles transiciones desde el nivel $n = 4$:

$$\begin{aligned} n &= 4 \rightarrow n = 3 \Rightarrow \lambda_{43} = 1827.7 \text{ nm} \\ n &= 4 \rightarrow n = 2 \Rightarrow \lambda_{42} = 485.51 \text{ nm} \\ n &= 4 \rightarrow n = 1 \Rightarrow \lambda_{41} = 97.1 \text{ nm} \end{aligned}$$

ademas

$$n = 3 \rightarrow n = 2 \Rightarrow \lambda_{32} = \text{ nm}$$

etc.

c) En este caso,

$$n_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{R_H \lambda}}} \simeq 2.53$$

de manera que en este caso la energía del fotón no es suficiente como para que el electrón salte al nivel 3 y demasiada para que salte al 2. Dado que la energía del fotón se toma completa o no se toma, no se produce ninguna transición.

d) El electrón tendrá una energía cinética

$$E_e = \frac{p_e^2}{2m} = \frac{(h/\lambda)^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

A diferencia del caso del fotón, el electrón no necesita ceder toda su energía, cede la necesaria para pasar de nivel (cualquiera de los posibles) y se queda con el resto.

---

5)

a) Calcule la energía, el impulso y la longitud de onda de un fotón emitido por un átomo de Hidrógeno que sufre una transición desde un estado excitado con $n = 10$ al estado base.

b) ¿Cuál es la velocidad de retroceso del átomo?

---

6)

a) ¿Cuántas frecuencias distintas puede emitir un átomo de H cuyo estado inicial es de $n = 6$ y llega al estado fundamental?.

b) Hágalo para un n arbitrario.

7) En una transición a un estado cuya energía de excitación es de 10 eV un átomo de hidrógeno emite un fotón de 4890 A. Determinar la energía de ligadura del estado inicial. (La energía de excitación es la energía necesaria para excitar un átomo a un nivel superior al fundamental).

8) De acuerdo al modelo de Bohr ¿Cuantas vueltas dará un electrón que esta en el primer estado excitado del hidrógeno, si el tiempo de vida del estado es de 10^{-9}s?

9)

a) Determine las corrientes eléctricas generadas por el movimiento circular del electrón en las tres primeras órbitas de Bohr ($n = 1, 2, 3$).

b) Calcule cada caso el momento dipolar magnético.

De Broglie

10) La longitud de onda de la emisión amarilla del Na es de 589 nm. ¿Qué energía cinética tendría un electrón de la misma longitud de onda de De Broglie asociada?
Solución :
En la teoría de De Broglie la longitud de onda está relacionada con el momento mediante

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1.1248 \cdot 10^{-27} \tfrac{kg \cdot m}{s}$$

Luego, en la teoría relativista el momento y la energía total estan relacionados mediante

$$\begin{aligned} E &= c\sqrt{p^2 + (m_0 c)^2} = 2.998 \cdot 10^8 \tfrac{m}{s} \sqrt{\left(1.1248 \cdot 10^{-27} \tfrac{kg \cdot m}{s}\right)^2 + \left(9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg} \cdot 2.998 \cdot 10^8 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 8.188071644069437 \cdot 10^{-14}\text{Joul} = 0.51 \text{ MeV} \end{aligned}$$

de manera que la energía cinética será

$$\begin{aligned} K &= E - E_0 = E - m_0 c^2 \\ &= 8.188071644069437 \cdot 10^{-14}\text{Joul} - 8.188071644000000 \cdot 10^{-14}\text{Joul} \\ &= 6.943616796627764 \cdot 10^{-25} \end{aligned}$$

¿Podríamos haber usado para K la relación no relativista?

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(1.1248 \cdot 10^{-27} \tfrac{kg \cdot m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}} = 6.943729642121788 \cdot 10^{-25}\text{Joul}$$

Esto era de esperarse, pues se cumple la relación que nos permite aplicar esta fórmula: $K \ll E_0$

---

11) Un electrón y un fotón tienen cada uno una longitud de onda asociada de 0.25 nm. Calcule sus impulsos y energías totales.
Solución :
La longitud de onda del fotón está relacionada con su momento mediante

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1.1248 \cdot 10^{-27} \tfrac{kg \cdot m}{s} = 2.65 \cdot 10^{-24} \tfrac{kg \cdot m}{s}$$

Luego, en la teoría relativista para una partícula de masa en reposo nula el momento y la energía total estan relacionados mediante

$$\begin{aligned} E &= cp = 2.998 \cdot 10^8 \tfrac{m}{s} \cdot 7.9447 \cdot 10^{-16} \tfrac{kg \cdot m}{s} \\ &= 7.9447 \cdot 10^{-16}\text{Joul} = 4.96 \text{ keV} \end{aligned}$$

---

12) Una bala de 40 g viaja a una velocidad de 1000 m/seg.

a) Calcule la longitud de onda asociada.

b) ¿Por qué no se revela la naturaleza ondulatoria de la bala por medio de experimentos de difracción?

Solución :

a) Para usar $\lambda = h/p$ calculo primero el momento $p = m_{bala} v_{bala}$ donde la masa es la masa en reposode la bala pues $v_{bala} \ll c$. Así,

$$\begin{aligned} p &= 40 \cdot 10^{-3}\text{kg} \cdot 1000 \text{ m/seg} \\ &= 40 \tfrac{kg \cdot m}{s} \end{aligned}$$

y

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34}\text{Js}}{40 \frac{kg \cdot m}{s}} = 1.65625 \cdot 10^{-34}\text{m}$$

b) Para observar efectos ondulatorios deberíamos disponer de un arreglo experimental de las dimensiones de λ.

---

13) Suponiendo que el diámetro del átomo es de 1 A:

a) Calcule la velocidad mínima de un haz de electrones de un microscopio electrónico para poder ver "dentro" del átomo.

b) En caso de utilizar fotones ¿Cuál sería la energía mínima requerida?

Solucion :

a) Los electrones deberán tener una longitud de onda del orden del tamaño del átomo, o sea, $\lambda_{max} = 1\mathring{A} = 1 \cdot 10^{-10}$mde modo que

$$\begin{aligned} p &= m v_{min} = \frac{h}{\lambda_{max}} \Rightarrow \\ v_{min} &= \frac{h}{m \lambda_{max}} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34}\text{Js}}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} 1 \cdot 10^{-10}\text{m}} \\ &= 7.27 \cdot 10^{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

b) Si el fotón tiene $\lambda_{max} = 1 \cdot 10^{-10}$m resulta $\nu_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}}$ de modo que

$$\begin{aligned} E_{min} &= h\nu_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} \\ &= 1.986175 \cdot 10^{-15}\text{Joul} \\ &= 12.4 \text{ keV} \end{aligned}$$