

Física III A - Guía N° 0

Propagación de Ondas y Electromagnetismo

March 10, 2009

1. La ecuación diferencial de la onda en medios lineales es:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

Verifique que cualquier función real o compleja de la forma $y(x, t) = f(x \pm vt)$ satisface esta ecuación.

2. Demuestre que una perturbación de la forma: $E(x, t) = E(x)e^{-i\omega t}$ satisface la ecuación de onda si $E(x)$ satisface:

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} = -k^2 E(x)$$

donde k y ω son constantes.

3. Pruebe que una onda esférica $\psi(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{r} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ satisface a la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}$$

Donde la dependencia radial del operador laplaciano en coordenadas esféricas es

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)$$

4. Demuestre que $Y = Y_m \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$ puede escribirse también de alguna de las maneras siguientes:

$$\begin{aligned} Y(x, t) &= Y_m \sin[k \cdot (x - v \cdot t)] \\ Y(x, t) &= Y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - f \cdot t \right) \right] \\ Y(x, t) &= Y_m \sin \left[\omega \left(\frac{x}{v} - t \right) \right] \\ Y(x, t) &= Y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - t/T \right) \right] \end{aligned}$$

5. Determine en cada caso la frecuencia f , el período T , la amplitud Y_m , la longitud de onda λ , y el sentido de propagación de las siguientes funciones de onda

$$\begin{aligned} Y(x, t) &= 4 \sin[2(0.2x + 3t)] \\ Y(x, t) &= 2.5 \sin(7x + 3.5t) \end{aligned}$$

6. Una onda de frecuencia 500 Hz. tiene una velocidad de fase de 350 m/seg.
 - (a) ¿Qué distancia hay entre dos puntos que tienen una diferencia de fase de 60° ?
 - (b) ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos desplazamientos que ocurren en cierto punto con un intervalo de 1 Seg.?
7. Halle la resultante de la superposición de ondas, $Y_1(x, t)$ e $Y_2(x, t)$, utilizando notación compleja (fasores). Interprete.
 - (a) $Y_1(x, t) = Y_0 \cos(k \cdot x + \omega \cdot t)$ e $Y_2(x, t) = Y_0 \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$.
 - (b) $Y_1(x, t) = Y_0 \cos(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi_1)$ e $Y_2(x, t) = Y_0 \cos(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi_2)$.
 - (c) $Y_1(x, t) = Y_0 \cos[2\pi f_1 (\frac{x}{v} - t)]$ e $Y_2(x, t) = Y_0 \cos[2\pi f_2 (\frac{x}{v} - t)]$ donde $f_1 = f_2 + \delta f$, con $\delta f \ll f_2$.
8. Para una onda electromagnética plana, los módulos de los campos eléctrico y magnético están relacionados por $E = cB$.
 - (a) Muestre que la densidad de energía de la onda viene dada por $\epsilon_0 E^2$.
 - (b) El flujo de energía (W/m^2) queda expresado como $\epsilon_0 E^2$.
9. La densidad de cantidad de movimiento para una onda electromagnética puede escribirse como $\mathbf{p} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Muestre que la densidad de energía es igual a pc para una onda plana.
10. Demuestre que la presión de radiación para una onda electromagnética plana es igual al flujo de energía dividido por la velocidad de la luz.