

Átomo de Bohr

Postulados

- (a) El átomo está compuesto de un núcleo positivamente cargado y de electrones que giran en torno al núcleo en órbitas circulares, bajo la acción de la fuerza coulombiana.
- (b) El momento angular del electrón está cuantizado, o sea, solo puede tomar valores que sean un múltiplo entero de $\hbar$:

$$L_n = n\hbar \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

- (c) El electrón no radía energía aunque esta acelerado.
- (d) El electrón emite radiación al pasar de una órbita con E_i a otra con E_f , y la frecuencia de esta radiación está dad por

$$\nu = \frac{E_f - E_i}{h}$$

Consecuencias

De acuerdo a (a), la fuerza de Coulomb, atractiva entre el núcleo y el electrón, aporta la fuerza centrípeta

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = m \frac{v_n^2}{r_n} \quad (1)$$

donde e es la carga del electrón, Z es el número de protones en el núcleo, r es el radio de la órbita y v es la velocidad del electron en la órbita circular.

Del postulado (b)

$$mv_n r_n = n\hbar \Rightarrow v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} \quad (2)$$

y reemplazando (2) en (1) resulta

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = \frac{m}{r_n^3} \left(\frac{n\hbar}{m} \right)^2$$

de donde obtenemos

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{Ze^2 m} n^2 = 5.3 \cdot 10^{-11} \frac{n^2}{Z} \quad (3)$$

Luego, con (3) en (2) resulta

$$v_n = \frac{n\hbar}{m} \frac{Ze^2 m}{\hbar^2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar} \frac{1}{n} = 2.184 \cdot 10^6 \frac{Z}{n}$$

La energía total del electrón, E , está dada por $E = T + V$, donde T es la energía cinética y V la energía potencial. Estas se calculan como

$$\begin{aligned} V &= - \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = - \int_{\infty}^r \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \right) dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Ze^2 \int_{\infty}^r \frac{1}{r} dr \\ &= - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

y, usando (1)

$$T = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \frac{Ze^2}{mr} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Entonces

$$\begin{aligned} E &= T + V \\ &= \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned} \quad (4)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5)$$

Usando ahora en (5) la fórmula (3) obtenemos la expresión para los niveles cuantizados de energía

$$E_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 m \frac{1}{n^2} = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \quad (6)$$

Las transiciones:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{E_f - E_i}{h} = \frac{E_f - E_i}{2\pi\hbar} \\ &= \frac{m}{4\pi\hbar} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \end{aligned}$$

y como $\nu\lambda = c$, resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= \frac{m}{4\pi\hbar c} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \\ &= R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) Z^2 \end{aligned}$$

donde

$$R = \frac{m}{4\pi\hbar c} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 = 1.094 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

un valor casi idéntico al que se conocía para las series de Lyman, Paschen, etc.