

Líneas de Campo Eléctrico

Juan José Brusa

Padrón: XXXXX

dirección de mail

Sebastián García Marra

Padrón: XXXXX

dirección de mail

Iñaki García Mendive

Padrón: XXXXX

dirección de mail

Germán Gual

Padrón: XXXXX

dirección de mail

Física II A - Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ingeniería

Grupo N°5

Trabajo Práctico N°2

Resumen

En este trabajo práctico se quiere determinar el vector campo eléctrico debido a una aplicación de una diferencia de potencial entre dos zonas del espacio (electrodos). Dichos electrodos estarán sumergidos en una cuba cargada con agua, y le aplicaremos una diferencia de potencial (ajustada a un valor prefijado) mediante una fuente. Se determinará el valor de la diferencia de potencial en determinados puntos de la cuba, y luego se determinará el campo eléctrico, en módulo y dirección (en el apéndice se encuentra la fórmula empleada para calcular dicho campo), y los valores hallados se representarán en hoja milimetrada. Las pautas detalladas para realizar esta experiencia serán definidas en el transcurso del Trabajo Práctico.

Luego se representará el problema en el programa de cálculo QuickField y se hallarán las magnitudes deseadas con este programa, para luego hacer una comparación con los datos hallados analíticamente.

1. Introducción

Como es posible inferir del resumen, en el presente trabajo se hace uso extensivo de diferentes métodos para calcular el valor del campo y del potencial eléctricos. Dichos métodos se basan en la representación matemática —en forma de campos vectoriales— de los fenómenos naturales observados en presencia de cargas eléctricas.

Los primeros pasos hacia una representación vectorial de dichos fenómenos los da Charles Augustin Coulomb [1] quien, haciendo uso de la observación empírica, logra formular la dependencia de las fuerzas de repulsión entre cargas como inversamente proporcional a la distancia que las separa y directamente proporcional a la cantidad de cargas presentes [2]. Debido a esta cuantificación de la carga es que hoy le debemos el nombre de la unidad de carga eléctrica en el SI, el Coulomb (C).

Gracias al principio de superposición y a la modelización matemática de una *densidad de carga continua* se pudo extender el modelo de Coulomb a configuraciones mucho más complejas de analizar. A su vez, con el Teorema de la Divergencia [2] —acompañado del concepto de *campo conservativo* [3]— se llegó a la idealización de una *función potencial*, de naturaleza escalar, que se vincula con el campo eléctrico mediante la siguiente ecuación: $\mathbf{E} = -\nabla V$, siendo \mathbf{E} el campo eléctrico y V el potencial. Esta teoría dió lugar más tarde al uso de la *Ecuación de Laplace* [3], como método numérico para el cálculo de dichas magnitudes.

2. Método Experimental

Tomamos un recipiente plástico (llamado “cuba”) y le colocamos dos electrodos en las dos esquinas en diagonal, luego introducimos agua en el recipiente hasta una altura de 2 cm. Luego, colocamos una hoja milimetrada debajo de la cuba, de modo de poder medir desplazamientos en ella. En el siguiente paso, conectamos dichos electrodos a una fuente (uno a cada borne de la pila), dicha fuente se ajusta para que la diferencia de potencial sea de 12 V. Luego, procedemos a conectar el voltímetro, utilizado para medir la diferencia de potencial (por lo que se debe ubicar su perilla sobre la letra “V”). Se conecta el cable negro del voltímetro al Terminal negro de la fuente y el cable rojo se utiliza para medir distintos puntos de la cuba.

Luego, introducimos el cable rojo del voltímetro en la fuente, de manera que quede perpendicular sobre la base de la misma (para evitar errores de paralaje). A éste lo iremos moviendo dentro de la cuba para determinar las diferencias de potencial entre los diferentes puntos. Pero para realizar esto, utilizamos dos métodos:

- Método 1: Se medirá la diferencia de potencial en intervalos regulares. Por conveniencia, se irá midiendo cada 1 cm (se utilizará la hoja milimetrada como referencia). Se obtendrá así una matriz de datos.
- Método 2: Se determinarán los lugares geométricos donde la diferencia de potencial con el electrodo conectado al borne negro del voltímetro sea de 4 V y de 8 V.

Todos los datos serán volcados sobre otra hoja milimetrada, respetando la ubicación geométrica de todos los datos tomados.

3. Resultados

Punto	Método Experimental			Método Numérico		
	$V(V)$	$E_x(V/m)$	$E_y(V/m)$	$V(V)$	$E_x(V/m)$	$E_y(V/m)$
1	4,66	-23,25	23			
2	6,12	-5,75	15,25			
3	4,65	-12,25	34,75	0,32	-1,94	15,17
4	6,49	-12	20,25	3,10	-4,68	7,17
5	6,38	-8,75	24,5			
6	7,10	-13,5	24,5	3,66	-7,94	11,49
7	7,96	-13	27,5			
8	7,59	-9,5	15,5	4,28	-3,94	-3,94
9	9,74	-25,25	28,5	9,30	-30,22	36,38
10	9	-21,5	11			

Punto	Comparación de Resultados		
	$V(\%)$	$E_x(\%)$	$E_y(\%)$
3	6,88	15,84	43,65
4	47,77	39,00	35,41
6	51,55	58,81	46,90
8	56,39	41,47	-25,42
9	95,48	119,68	127,65

Cuadro 1: Potencial y Campo experimentales y numéricos

4. Discusión

Analizando la experiencia podemos apreciar que hacer la medición de esta manera solo nos dá una idea aproximada de la disposición del potencial y del campo dado que en sí estamos considerando como estáticas cargas que no lo están, eso ya introduce cierto error.

Si bien la hoja milimetrada es de dimensiones parecidas a la cuba, esta última no es perfectamente rectangular, por lo que se hizo dificultoso tomar referencias en puntos próximos al borde de esta. Tampoco resultó cómodo medir cerca de los electrodos, resultando esto otra limitación importante.

Como vemos, con este sistema se presentan ciertas dificultades para medir en zonas específicas dentro de la región de interés.

5. Conclusiones

Podemos observar que se presentan diferencias en el valor calculado del campo entre el método numérico y el analítico en ambas coordenadas. Esto puede deberse a la inexactitud

prevista (y esperable) del método numérico (en especial, en puntos no coincidentes con los nodos de la malla). Empero, es válido pensar que pueden haberse cometido errores en la toma sistemática de datos: éstos pueden ser errores causados por aquél que realizaba las mediciones con el *tester* (errores de paralaje) y/o errores propios del instrumento. Respecto de la determinación de las líneas equipotenciales: Hubo mucha dificultad al establecer los puntos de la cuba en donde el potencial era constante (4 V y 8 V), pues dichos puntos se medían directamente sobre la cuba, visualizando el punto exacto directamente sobre la hoja milimetrada, y contando “a ojo” (sin tener posibilidad de medir directamente sobre la hoja) qué punto correspondía según el sistema de coordenadas elegido. Esto trajo mucha confusión a la hora de volcar los datos sobre la hoja milimetrada.

Referencias

- [1] HALLIDAY, RESNICK, WALKER, *Fundamentals of Physics*, Indianapolis, John Wiley and Sons, 2004, cap. 23.3.
- [2] RAMO, Simon, WHINNERY, John R., VAN DUZER, Theodore, *Fields and Waves in Communication Electronics*, 1st ed., John Wiley and Sons, 1965, cap. 2, “The equations of stationary electric and magnetic fields.”
- [3] K. H. PANOFKSY, Wolfgang, PHILLIPS, Melba, *Classical Electricity and Magnetism*, 1st ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1962, cap. 1, “The electrostatic field in vacuum.”

A. Problemas adicionales

A.1. Problema 1

Enunciado

Se tiene un dipolo formado por dos cargas puntuales con $|q| = 0,1 \text{ nC}$ y separadas 30 cm. Hacer un esquema de las líneas equipotenciales en la región comprendida entre las cargas (se recomienda hacer cinco), indicando los valores de potencial en cada una de ellas. También dibujar líneas de campo eléctrico indicando el criterio usado para dibujarlas. Indicar orden de magnitud del campo eléctrico. ¡Cuidado con las unidades!

Resolución

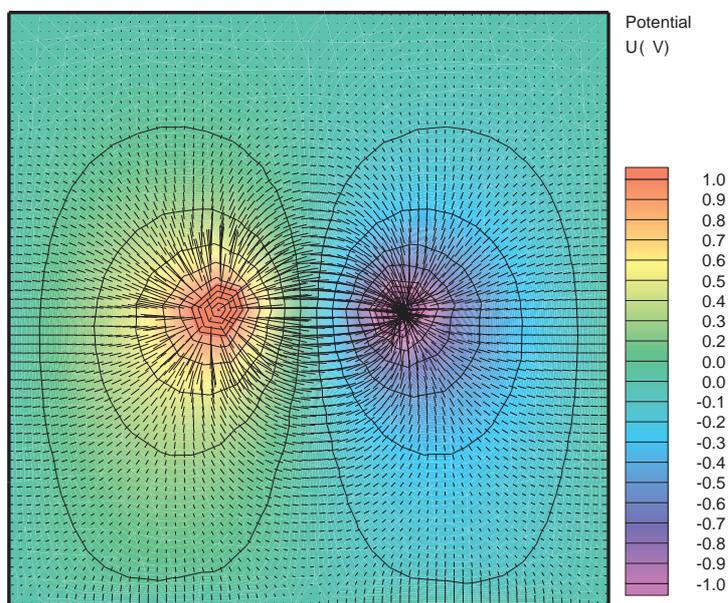


Figura 1: Campo eléctrico y líneas equipotenciales en un dipolo

El orden de magnitud del campo es de 10^4 N/C .

A.2. Problema 2

Enunciado

En la celda, ¿cómo debe ser el vector campo eléctrico respecto de las líneas equipotenciales? ¿Cuánto vale el trabajo necesario para llevar un ión (cuasi estáticamente y debido sólo a fenómenos eléctricos) de Cl^- o de Na^+ de un electrodo al otro? (Carga de un electrón: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, separación entre los electrodos: 30 cm). Considerar que la diferencia de potencial entre los electrodos es de 12 V.

Resolución

En la celda, el vector campo eléctrico debe ser ortogonal (considerando el producto interno canónico en \mathbf{R}^2) a las líneas equipotenciales.

El trabajo es $W = V \cdot q = 12 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ V} \cdot \text{C}$, tanto en el caso de un ión de Na^+ que se traslade desde el ánodo hacia el cátodo, como también para un ión Cl^- que se mueva en sentido inverso. Esto es así porque, en cada caso, el ión en cuestión se desplaza a zonas de menor potencial en concordancia con el sentido del campo eléctrico. Lo contrario ocurre cuando el Na^+ se traslada desde el electrodo negativo hasta el positivo (o cuando el Cl^- parte del ánodo y llega al cátodo), siendo en ese caso $W = -1,92 \cdot 10^{-18} \text{ V} \cdot \text{C}$.

B. Preguntas

1. Las líneas de campo, ¿se pueden cortar entre sí? ¿Por qué?
2. En el segundo método, ¿cuántos puntos son necesarios y/o adecuados para determinarlos?
3. ¿Por qué no se puede establecer *a priori* el número de puntos que se deben medir.
4. ¿Por qué se usa agua en esta experiencia? ¿Se podría medir la diferencia de potencial en el aire? ¿Sería mejor o peor usar agua destilada?
5. Viendo que las distribuciones de carga crean campos eléctricos. ¿Qué es lo que produce el campo eléctrico que se quiere determinar en este caso?
6. El modelo más simple y útil para describir una corriente es que son cargas en movimiento. En la experiencia, el voltímetro mide una corriente. ¿Se puede hablar, entonces, de campo electrostático?

B.1. Respuestas

1. No, esto no es posible debido a que las líneas de campo son las envolventes de las rectas tangentes al campo eléctrico en cada punto. Si se cruzaran, esto indicaría dos direcciones tangenciales al campo eléctrico en un mismo punto, y por ende dos vectores del campo para ese mismo punto. Esto es claramente inconsistente con el modelo que venimos adoptando, en el cual el campo responde a una fórmula que, para cada valor entrado, devuelve un único vector.
2. Los puntos mínimos y necesarios para determinar la curva equipotencial son diez: es el caso de la correspondiente a 4 V. Aunque admitimos que podrían ser menos (ocho, por ejemplo) si tan sólo estuvieran equiespaciados. Esto se ve más claramente en la curva de 8 V donde, si bien fueron catorce los puntos obtenidos, la línea se puede trazar perfectamente —y sin mayor error— con una cantidad bastante menor: esto es en virtud, justamente, de que dichos puntos están uniformemente distribuidos en toda la curva.

3. Porque no sabemos la tasa de variación del potencial¹. Si se toman puntos demasiado próximos, la cantidad de datos obtenidos se hará innecesariamente inmanejable; por otro lado, si la separación entre puntos es excesiva, no se dispondrán valores suficientes del potencial para trazar las líneas equipotenciales ni para calcular magnitudes del campo eléctrico.
4. Se usa agua pues ella permite el paso de las cargas de un electrodo al otro, creándose así una corriente que posibilita el uso del voltímetro para realizar las mediciones. Es por esta razón, también, que no se usa aire; de hacerlo, no habría corriente y por ende no sería factible realizar las mediciones con el voltímetro. El caso del agua destilada es parecido. Al no contener sales disueltas, las cargas no pueden desplazarse por el medio y entonces no hay corriente que pueda leer el voltímetro para calcular la diferencia de potencial. No obstante en el caso del agua destilada ocurre que en la práctica, al realizar la experiencia en condiciones atmosféricas normales, es decir, *no* en el vacío, el CO₂ del aire se mezcla con el agua destilada y la misma se vuelve conductora; por lo tanto sería similar a realizar el experimento con agua de la canilla.
5. Una distribución de cargas, en este caso generada por una diferencia de potencial fija establecida entre dos conductores.
6. Se puede hablar de campo electrostático si no se considera más que la diferencia de potencial (que la batería se encarga de mantener constante en el tiempo) entre el electrodo negativo y cada uno de los puntos de la cuba. Basándonos en este potencial constante es que podemos imaginar un campo a su vez constante, aunque haya cargas en movimiento entre los electrodos (es lo que se llama un *campo estacionario*).

¹Tomando como referencia al electrodo negativo.