FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
ANÁLISIS MATEMÁTICO III – 2° C 2014
PRIMER PARCIAL - 1ª FECHA: 21-10-2014 - Profesor: D. Prélat

Apellido y nombre:..Padrón:........................

Justifique sus respuestas. Numere las hojas y firme al final del examen.

EJERCICIO 1

Dado el dominio $D=\{(x,y)\in\Re^2:(x-1)^2+y^2\geq 1\,,\,(x-2)^2+y^2\leq 4\}$, resolver:

$$\begin{cases}(i)\ \Delta u(x,y)=0 \quad , \quad (x,y)\in \mathring{D}\\ (ii)\ u(x,y)=\begin{cases}1 & si\ \ (x-1)^2+y^2=1\\ 2 & si\ \ (x-2)^2+y^2=4\end{cases}\end{cases}$$

(*Expresar la solución en forma explícita en términos de las variables x e y*)

EJERCICIO 2(a): Determinar las ecuaciones implícitas de las líneas de campo del campo de gradientes del potencial armónico $u(x,y)=artg\left(\dfrac{2xy}{x^2-y^2}\right)$ en el dominio $D=\{(x,y)\in R^2:0<|y|<x\}$. Graficar líneas de campo y curvas de nivel.

EJERCICIO 2(b): A partir del desarrollo de $\dfrac{1}{8-z^3}$ en potencias de z, obtener los desarrollos en series de Fourier de las funciones $\dfrac{8-\cos(3\theta)}{65-16\cos(3\theta)}$ y $\dfrac{sen(3\theta)}{65-16\cos(3\theta)}$, indicando la clase de convergencia de las mismas.

EJERCICIO 3: Resolver y estudiar convergencia de las series involucradas.

$$\begin{cases}(1)\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t)-\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t)=0 \quad , \ 0<x<1\,,\,t>0\\ (2)\ u(0,t)=u(1,t)=0 \quad , \quad t>0\\ (3)\,(a)\ \ u(x,0)=\dfrac{sen(3\pi x)}{65-16\cos(3\pi x)} \quad , \quad 0<x<1\\ (3)(b)\ \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0)=0 \quad , \quad 0<x<1\end{cases}$$

EJERCICIO 4: Calcular:

(a) $\displaystyle\oint_C \frac{Log(1+z)}{z^2+1}dz$, donde C es el rectángulo de vértices $\frac{1}{2}-2i$, $\frac{1}{2}+2i$, $-\frac{1}{2}+2i$, $-\frac{1}{2}-2i$, orientado positivamente y la función Log está definida en $\mathbb{C}-\{iy:y\geq 0\}$ con la determinación $Log(1)=2\pi i$.

(b) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{4+sen(\theta)}$
