FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
ANÁLISIS MATEMÁTICO III – 2° C 2014
PRIMER PARCIAL - 2ª FECHA: 14-11-2014 - Profesor: D. Prélat

Apellido y nombre: .... ***Padrón:*** ....

Justifique sus respuestas. Numere las hojas y firme al final del examen.

EJERCICIO 1

Dado el dominio $D=\left\{(x,y)\in\Re^2 : x^2+y^2\leq 1\right\}$, resolver:

$$\begin{cases} (i)\ \Delta u(x,y)=0 \quad , \quad (x,y)\in \mathring{D} \\ (ii)\ u(x,y)=\begin{cases} 0 & si\ \ x^2+y^2=1 \wedge y>0 \\ -1 & si\ \ x^2+y^2=1 \wedge y<0 \wedge x<0 \\ 1 & si\ \ x^2+y^2=1 \wedge y<0 \wedge x>0 \end{cases} \end{cases}$$

(Expresar la solución en forma explícita en términos de las variables x e y)

EJERCICIO 2(a): Determinar las ecuaciones implícitas de las líneas de campo del campo de gradientes del potencial armónico $u(x,y)=\dfrac{x+1}{(x+1)^2+y^2}$ en el dominio $D=\Re^2-\left\{(-1,0)\right\}$. Graficar líneas de campo y líneas equipotenciales.

EJERCICIO 2(b): A partir del desarrollo de $sen(z)$ en potencias de z, obtener los desarrollos en series de Fourier de las funciones $sen(2\cos(\theta))ch(2sen(\theta))$ y $\cos(2\cos(\theta))sh(2sen(\theta))$, indicando la clase de convergencia de las mismas. Escribir los primeros tres términos de ambas series.

EJERCICIO 3: Resolver y estudiar convergencia de las series involucradas.

$$\begin{cases} (1)\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t)-\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t)=0 \quad , \ 0<x<1 , t>0 \\ (2)\ u(0,t)=u(1,t)=0 \quad , \quad t>0 \\ (3)\,(a)\ \ u(x,0)=\cos(2\cos(\pi x))sh(2sen(\pi x)) \quad , \quad 0<x<1 \\ (3)(b)\ \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0)=0 \quad , \quad 0<x<1 \end{cases}$$

EJERCICIO 4: Calcular:

(a) $\displaystyle\oint_C \frac{Log(z)}{z^2+1}dz$, donde $C=\left\{ i+\frac{1}{100}e^{it} ; 0\leq t\leq 2\pi \right\}$ y la función Log está definida en $\mathbb{C}-\left\{(1+i)t : t\geq 0\right\}$ con la determinación $Log(1)=0$. arg(i) = π/2

(b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos(\theta)}{4-[\cos(\theta)]^2}d\theta$
