

FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
ANÁLISIS MATEMÁTICO III – IC 2014
PRIMER PARCIAL - 1ª FECHA: 13-05-07 - Profesor: D. Prélat

Apellido y nombre:.....Padrón:.....

Justifique sus respuestas. Numere las hojas y firme al final del examen.

EJERCICIO 1

Dado el dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \geq |y|\}$, resolver:

$$\begin{cases} (i) \Delta u(x, y) = 0 & , (x, y) \in \overset{\circ}{D} \\ (ii) u(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x^2 + y^2 = 2 \wedge x > |y| \\ 0 & \text{si } x = |y| \wedge x^2 + y^2 < 2 \end{cases} \end{cases}$$

(Expresar la solución en forma explícita en términos de las variables x e y)

EJERCICIO 2(a): Determinar las ecuaciones implícitas de las líneas de campo del campo de gradientes del potencial armónico $u(x, y) = xe^{-x} \cos(y) + ye^{-x} \sin(y)$.

EJERCICIO 2(b): A partir del desarrollo de $\exp(z)$ en potencias de z , obtener los desarrollos en series de Fourier de las funciones $e^{\cos(\theta)} \cos(\sin(\theta))$ y $e^{\cos(\theta)} \sin(\sin(\theta))$, indicando la clase de convergencia de las mismas.

EJERCICIO 3: Resolver y estudiar convergencia de las series involucradas.

$$\begin{cases} (1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0 & , 0 < x < 2, t > 0 \\ (2) \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(2, t) = 0 & , t > 0 \\ (3) u(x, 0) = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right| & , 0 < x < 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 4: Calcular:

$\sqrt[4]{2+3}$

(a) $\oint_C \frac{\sqrt[4]{z}}{z^2 + 1} dz$, donde C es el circuito simple positivo de ecuación $|z| = 2$ y la función $\sqrt[4]{z}$ está definida en $\mathcal{C} - \{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$ con la determinación $\sqrt[4]{1} = i$.

(b) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(\theta)}{2 + \cos(\theta)} d\theta$