

FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

ANÁLISIS MATEMÁTICO III – 1C 2014

PRIMER PARCIAL - 2ª FECHA: 03-06-14 - Profesor: D. Prélat

Apellido y nombre: TANGANIANICA Padrón: TANGANIANICA

Justifique sus respuestas. Numere las hojas y firme al final del examen.

EJERCICIO 1

Dado el dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x+2)^2 + y^2 \leq 8, x \geq 0\}$, resolver:

$$\begin{cases} (i) \Delta u(x, y) = 0 & , (x, y) \in \overset{\circ}{D} \\ (ii) u(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x+2)^2 + y^2 = 8 \wedge x > 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \wedge -2 < y < 2 \end{cases} \end{cases}$$

(Expresar la solución en forma explícita en términos de las variables x e y)

EJERCICIO 2(a): Determinar las ecuaciones implícitas de las líneas de campo del campo de gradientes del potencial armónico $u(x, y) = \frac{1+x}{(1+x)^2 + y^2}$.

EJERCICIO 2(b): A partir del desarrollo de $\frac{2}{2-z}$ en potencias de z en un dominio adecuado, obtener los desarrollos en series de Fourier de la función $\frac{2\sin(\theta)}{5-4\cos(\theta)}$ indicando la clase de convergencia de las mismas.

EJERCICIO 3: Resolver y estudiar convergencia de las series involucradas.

$$\begin{cases} (1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0 & , 0 < x < 2, t > 0 \\ (2) \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(2, t) = 0 & , t > 0 \\ (3) u(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) & , 0 < x < 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 4: Calcular:

(a) $\oint_C \frac{\sqrt[3]{z}}{z^2 - 9z + 8} dz$, donde C es el circuito simple positivo de ecuación $|z-7|=2$ y

la función $\sqrt[3]{z}$ está definida en $\mathbb{C} - \{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$ con la determinación $\sqrt[3]{i} = e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

(b) Calcular $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2} d\theta$