Parcial Análisis III - 29 de mayo de 2014

Recuerde que la justificación es parte esencial de la resolución

1. Analizar convergencia y calcular la integral: $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{(16+x^2)^2}$

2. Dadas las transformaciones: $f(z) = \dfrac{2z+1}{z+1}$ y $g(z) = \dfrac{z-1}{-z+2}$. **a)** Hallar $h(z) = (f^2 \circ g)(z) = (f \circ f \circ g)(z)$ **b)** Hallar la imagen por $h(z)$ del dominio: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x+1)^2 + y^2 \leq 1\}$

3. **a)** Resolver la ecuación del calor en $x \in [0;\pi]$, $t \geq 0$, para $T(x,t)$: $T_{xx} = T_t$ con las condiciones de contorno: $T(0,t) = T(\pi,t) = 0$ y la condición inicial: $T(x,0) = 2\ sen(3x)$. **b)** Determinar la evolución de la temperatura en función del tiempo para el punto central del intervalo.

4. Sea $f(x) = x$, $x \in [0;\pi]$. **a)** Graficar las funciones periódicas resultantes de desarrollar **a.i)** $f(x)$ con período π, **a.ii)** Su extensión par y **a.iii)** Su extensión impar. **b)** Hallar la serie de Fourier de **a.ii**. **c)** A partir del desarrollo del punto anterior, calcular las sumas: $S_1 = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ y $S_2 = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^4}$

5. Dada la función $m(z) = \dfrac{1}{cosh(z)}$, **a)** Hallar y clasificar todas sus singularidades en $\mathbb{C}$ **b)** Hallar los tres primeros términos del desarrollo en serie válido en un entorno de $z = 0$, explicitando claramente cuál es la región de convergencia.
