

PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA (61.09)

Evaluación integradora Segundo cuatrimestre – 2013

Duración: 4 horas. 20/II/2014

1. Sean Z_1 y Z_2 variables aleatorias independientes con distribución $N(0,1)$. Mostrar que $X = Z_1^2 + Z_2^2$ e $Y = Z_2/Z_1$ son independientes.
2. Lucas realiza un experimento en 2 etapas. En la primera etapa, arroja una moneda equilibrada 16 veces, en la segunda etapa arroja la misma moneda, tantas veces como caras observó en la primera etapa. Calcular la esperanza de la cantidad de caras observadas en la segunda etapa.
3. A una dirección de correo electrónico llegan mensajes Spam y No Spam. Los tiempos de arribo de los mensajes Spam es Poisson de intensidad 4 por hora. Los tiempos de arribo de los mensajes NO Spam es Poisson de intensidad 2 por hora. Los dos procesos son independientes. Sabiendo que entre las 9:00 y las 10:00 llegaron exactamente 3 mensajes Spam, calcular la probabilidad de que entre las 9:00 y las 9:15 haya llegado exactamente un mensaje.
4. La cantidad de fallas de un rollo de alambre tiene distribución Poisson cuya media θ puede ser 1 o 2. A priori la función de probabilidad de θ es $P(\theta=1)=0,4$ y $P(\theta=2)=0,6$. Se elige un rollo al azar y se encuentran dos defectos. En base a la información muestral hallar la distribución a posteriori de θ .
5. Sea $T_1, \dots, T_5$ una muestra aleatoria de una distribución exponencial de intensidad λ , $\lambda > 0$. Basándose en el estadístico $T = \min(T_1, \dots, T_5)$ diseñar un test de hipótesis de nivel 0.05 para $H_0: \lambda \leq 1$ contra $H_1: \lambda > 1$. Si se observa que $T=0.007$ ¿Cuál es la conclusión?