

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: _____

Número de padrón: _____ Cuatrimestre. de cursada: _____

e-mail: _____ Curso: _____

Cal.....

1. a) Si la Transformada de Laplace de $f(t)$ es $F(s)$, demuestre una fórmula que permita obtener la de $f(t-4)H(t-4)$ en función de $F(s)$. ($H(t)$ es la función de Heaviside)
b) Hallar la antitransformada de Laplace de $\left(\frac{e^{-3s}s}{s^2+4s-5}\right)$ por residuos. (Enuncie el correspondiente teorema)

Cal.....

2. a) Justifique porqué los puntos $z_1 = -1$ y $z_2 = 1$ son puntos de ramificación del $\text{Log}(z^2 - 1)$. b) Si $C_1 = \{(x, y) / -1 < x < 1, y = 0\}$ y $C_2 = \{(x, y) / |x| > 1, y = 0\}$ son dos cortaduras en el plano complejo y desea uniformizar el $\text{Log}(z^2 - 1)$. ¿Cual de ellas utilizaría: C_1 , C_2 o indistintamente cualquiera de ellas?
c) Defina una región de holomorfia para la función $\frac{1 - e^{iz} + \text{Log}(z^2 - 1)}{z^3}$ y clasifique sus puntos singulares en el plano complejo.

Cal.....

3. a) Enuncie condiciones suficientes para la existencia de la Transformada y Antitransformada de Fourier (T.F.) de una función $f(x)$ b) Justifique porqué la T.F. de la función

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} / f(x) = \begin{cases} -1/x^4 & \text{si } x \leq -1 \\ x^{1/3} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1/x^4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

existe .

- c) Suponga que la Transformada de Fourier de la función del punto a) es $F(\omega)$. Decir en cada uno de los siguientes items si se puede afirmar, o no, que el resultado que figura es correcto justificando las respuestas: i) $\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega = 0$ ii) $\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega} d\omega = -2\pi$ iii) $\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega} d\omega = 2\pi$
d) Si la Transformada de Fourier de $f(x)$ es $F(\omega)$ demuestre una fórmula que permita calcular la Transformada de Fourier $f'(x)$ en función de $F(\omega)$ (establezca las hipótesis que considere necesarias)

Cal.....

4. $f(z)$ es una función de variable compleja y z_0 un número complejo.
i) Explique qué significa que z_0 es un punto singular (P.S.) de f . ii) Explique qué significa que z_0 es un P.S. aislado de f . iii) Si z_0 es un P.S.A de f y Ud. dispone del D.S.L de f en un $V(z_0)$, explique qué característica de ese desarrollo le permite identificar si f tiene en z_0 un P.S. evitable, un polo de orden n o una singularidad esencial, respectivamente. iv) Demuestre que f tiene un polo de orden n en z_0 si y solo si existe una función Φ , holomorfa y no nula en z_0 tal que $f(z) = \frac{\Phi(z)}{(z - z_0)^n}$ v) Explique que significa que ∞ es un P.S.A. de $f(z)$ vi) Si Ud. dispone del D.S.L de f en un $V(\infty)$, explique qué característica de ese desarrollo le permite identificar si f tiene en ∞ un P.S. evitable, un polo de orden n o una singularidad esencial, respectivamente. JUSTIFIQUE TODAS LAS RESPUESTAS