

Probabilidad y Estadística 61.09, 23/VII/2008. Tema 2

1. Se tienen dos monedas. Una moneda está cargada con probabilidad $3/5$ de salir “cara” y la otra con probabilidad $2/5$. Puede optar por una de las siguientes estrategias: (E1) Elegir una moneda al azar y lanzarla dos veces. (E2) Lanzar ambas monedas. El juego se gana si salen dos “caras”; en caso contrario se pierde. ¿Cuál de las dos estrategias es más conveniente?

2. Sea (X, Y) con distribución uniforme en el cuadrado de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$. Sea

$$h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } y \leq e^{-3x}, \\ 0 & \text{si } y > e^{-3x} \end{cases}$$

Hallar la media y la varianza de $U := h(X, Y)$.

3. El precio de uso de un teléfono es de 25 centavos por pulso. Los pulsos se cuentan cada dos minutos o fracción. Las llamadas tienen duración exponencial de media 3 minutos. (a) Puede verse que la cantidad de pulsos de una llamada es una variable aleatoria geométrica de parámetro p . Hallar p . (b) Hallar la media y la varianza del costo de cada llamada.

4. La cantidad de litros de vino consumidos anualmente por cada cliente de una bodega tiene distribución normal con desvío 18 litros. La bodega planea innovar su línea de vinos siempre y cuando pueda asegurarse una venta media de no menos de 100 litros por cliente. Envía algunas botellas “gratis” a 16 clientes de confianza, quienes deberán contestar cuántos litros estarían dispuestos a consumir. En base a esos resultados decidirá qué hacer. Si el consumo medio fuese de 105 litros per capita, estaría dispuesta a correr un riesgo del 5% de no innovar.

Diseñar un test y describir una regla de decisión para esta situación, graficar la curva característica operativa. Si la bodega decidiese no innovar, cuál sería la máxima probabilidad de haberse equivocado.

5. Se tienen dos dados. Uno equilibrado y otro con probabilidad de as 0.21. Se elige un dado y se lo lanza 5 veces. Se observan 2 ases. Hallar el estimador de máxima verosimilitud de la probabilidad de as.