Apellido y nombre: ...........................................................................................

Padrón: ........................ e-mail: .............................................................................

Cuatrimestre cursado: ..................... Profesor: ..................................................

**Análisis III B. Examen integrador.**
**Segunda fecha. 18 Diciembre de 2008.**

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | a | b | a | b | a | b |
| | | | | | | | |

*Justificar claramente todos los puntos desarrollados. El examen será aprobado si tiene por lo menos un ítem bien de cada ejercicio.*

**Ejercicio 1.**

**a)** Sea $T(z) = \dfrac{1}{z}$. ¿En qué puntos de $\mathbb{C}$ es holomorfa? Determinar la imagen por la transformación $T$ de la red cartesiana.

**b)** ¿Puede ser $\varphi(x,y) = xy + 4y - 2x + \dfrac{y}{x^2+y^2}$ la parte real de un potencial de velocidades? En caso afirmativo, escriba la ecuación de las líneas de corriente, las equipotenciales, la expresión del potencial complejo y el campo vectorial que representa.

**Ejercicio 2.**

**a)** Hallar el desarrollo en serie de Fourier de senos y el de cosenos de $f(x) = x(\pi - x)$ con $0 \leqslant x \leqslant \pi$. ¿Coinciden las series y la función en cualquier punto del intervalo $[0,\pi]$?

**b)** Mostrar que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$ y $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} = \frac{\pi^3}{32}$.

**Ejercicio 3**

**a)** Hallar $f$ y $g$ tales que:

$$\int_0^{\infty} f(t) sen(xt) dt = e^{-x} \qquad \text{y} \qquad \int_0^{\infty} g(t)\cos(xt) dt = e^{-x}$$

**b)** Resolver el problema de la conducción del calor en una varilla infinita:

$$\begin{array}{ll} \dfrac{\partial u}{\partial t} = k\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & 0 < x < \infty \\ u(0,t) = 0 & t \geqslant 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(x,0) = e^{-x} & 0 < x < \infty \end{array}$$

**Ejercicio 4.** Sabiendo que $F(s) = \mathcal{L}[f](s)$, hallar:

**a)** $\mathcal{L}[f^{(n)}(t-a)u(t-a)]$.

**b)** $\mathcal{L}^{-1}\left[\left(\dfrac{e^{-as}F(s)}{s}\right)'\right]$.