

Se aprueba con 3(tres) ejercicios bien, uno de los cuales debe ser tal) o tal)

1 Calcular $\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} x \, dx}{x(x^2 + 1)}$. Justificar adecuadamente.

2) **a)** Encontrar y caracterizar todas las singularidades de la función: $f(z) = \frac{\operatorname{sen}(z)}{e^{z/2} - 1}$. **b)** Idem con $g(z) = \frac{e^z}{\operatorname{sen} z}$ **c)** Calcular la integral $\oint_{|z|=1} \frac{e^z(z + \pi)}{\operatorname{sen} z} dz$

3) **a)** Desarrollar $f(z) = \frac{z}{z^2 - 2z + 5}$ en potencias de $z - 1$ y determinar su radio de convergencia. **b)** Hallar el desarrollo de Laurent de $z^2 \cos\left(\frac{1}{z-1}\right)$ alrededor de $z = 1$ y hallar la región de convergencia. Justificar.

4) **a)** Transformar la región $0 < \operatorname{Im}(z) < 1$ mediante la función $f(z) = \frac{z}{z-i}$.

5) **a)** Demostrar que la función $u(x, y) = 1 + \frac{x}{x^2 + y^2}$ es armónica y hallar una armónica conjugada v . Escribir la función $f(z)$ en términos de z . **b)** Hallar todas las funciones $f(z)$ enteras de la forma $f(z) = u(y) + iv(x)$.

Se aprueba con 3(tres) ejercicios bien, uno de los cuales debe ser tal) o tal)

1 Calcular $\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} x \, dx}{x(x^2 + 1)}$. Justificar adecuadamente.

2) **a)** Encontrar y caracterizar todas las singularidades de la función: $f(z) = \frac{\operatorname{sen}(z)}{e^{z/2} - 1}$. **b)** Idem con $g(z) = \frac{e^z}{\operatorname{sen} z}$ **c)** Calcular la integral $\oint_{|z|=1} \frac{e^z(z + \pi)}{\operatorname{sen} z} dz$

3) **a)** Desarrollar $f(z) = \frac{z}{z^2 - 2z + 5}$ en potencias de $z - 1$ y determinar su radio de convergencia. **b)** Hallar el desarrollo de Laurent de $z^2 \cos\left(\frac{1}{z-1}\right)$ alrededor de $z = 1$ y hallar la región de convergencia. Justificar.

4) **a)** Transformar la región $0 < \operatorname{Im}(z) < 1$ mediante la función $f(z) = \frac{z}{z-i}$.

5) **a)** Demostrar que la función $u(x, y) = 1 + \frac{x}{x^2 + y^2}$ es armónica y hallar una armónica conjugada v . Escribir la función $f(z)$ en términos de z . **b)** Hallar todas las funciones $f(z)$ enteras de la forma $f(z) = u(y) + iv(x)$.