

## 2do. Recuperatorio - Análisis III - 08/07/03

1. Hallar  $f(z)$  analítica salvo en  $z = 1$  y  $z = 4$  donde tiene polos simples si además  $\text{Res}[f(z), z = 4] = -1$ , infinito es un cero simple y  $\int_{|z|=5} f(z) dz = 8i$
2. Sea  $D$  una región tal que si  $z \in D \Rightarrow \bar{z} \in D$ .
  - a) Probar que si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y es tal que  $f(z) = iv(x, y)$ ,  $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , entonces  $f(z) = cte$  en  $D$ .
  - b) si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y  $\overline{f(\bar{z})} = f(z) \quad \forall z \in D$ , entonces  $f(\bar{z})$  no puede ser analítica en  $D$  salvo que  $f(z) = cte$  en  $D$ . (Ayuda: Usar  $h(z) = f(z) - \overline{f(\bar{z})}$  y a)).
  - c) Usando b) demostrar que  $(\bar{z})^5 - (\bar{z})^3$  no es analítica.
3. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
4. ¿ Existe alguna función analítica  $f(z)$  para la cuál  $h(x, y) = x^2 y$  sea su parte real o imaginaria?. Explicar claramente.
5. Calcular  $\int_C \frac{z}{1-e^z} dz$ , donde  $C$  es la frontera de la región interior a  $|z| = 4$  y exterior al cuadrado de lados  $x = 1$ ;  $x = -1$ ,  $y = 1$ ;  $y = -1$ .

## 2do. Recuperatorio - Análisis III - 08/07/03

1. Hallar  $f(z)$  analítica salvo en  $z = 1$  y  $z = 4$  donde tiene polos simples si además  $\text{Res}[f(z), z = 4] = -1$ , infinito es un cero simple y  $\int_{|z|=5} f(z) dz = 8i$
2. Sea  $D$  una región tal que si  $z \in D \Rightarrow \bar{z} \in D$ .
  - a) Probar que si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y es tal que  $f(z) = iv(x, y)$ ,  $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , entonces  $f(z) = cte$  en  $D$ .
  - b) si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y  $\overline{f(\bar{z})} = f(z) \quad \forall z \in D$ , entonces  $f(\bar{z})$  no puede ser analítica en  $D$  salvo que  $f(z) = cte$  en  $D$ . (Ayuda: Usar  $h(z) = f(z) - \overline{f(\bar{z})}$  y a)).
  - c) Usando b) demostrar que  $(\bar{z})^5 - (\bar{z})^3$  no es analítica.
3. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
4. ¿ Existe alguna función analítica  $f(z)$  para la cuál  $h(x, y) = x^2 y$  sea su parte real o imaginaria?. Explicar claramente.
5. Calcular  $\int_C \frac{z}{1-e^z} dz$ , donde  $C$  es la frontera de la región interior a  $|z| = 4$  y exterior al cuadrado de lados  $x = 1$ ;  $x = -1$ ,  $y = 1$ ;  $y = -1$ .

### 2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z})f(z)\frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Si  $F(s) = \log(\frac{s^2+9}{s^2+1})$ , hallar  $f(t)$ .

### 2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z})f(z)\frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Si  $F(s) = \log(\frac{s^2+9}{s^2+1})$ , hallar  $f(t)$ .

## 2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Determinar la respuesta del sistema  $y(n) = \frac{5}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) + x(n)$  si la señal de entrada es  $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{3}\delta(n-1)$
6. Sea  $D$  una región tal que si  $z \in D \Rightarrow \bar{z} \in D$ .
  - a) Probar que si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y es tal que  $f(z) = iv(x, y)$ ,  $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , entonces  $f(z) = cte$  en  $D$ .
  - b) si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y  $\overline{f(\bar{z})} = f(z) \quad \forall z \in D$ , entonces  $f(\bar{z})$  no puede ser analítica en  $D$  salvo que  $f(z) = cte$  en  $D$ . (Ayuda: Usar  $h(z) = f(z) - \overline{f(\bar{z})}$  y a)).
  - c) Usando b) demostrar que  $(\bar{z})^5 - (\bar{z})^3$  no es analítica.

## 2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Determinar la respuesta del sistema  $y(n) = \frac{5}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) + x(n)$  si la señal de entrada es  $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{3}\delta(n-1)$
6. Sea  $D$  una región tal que si  $z \in D \Rightarrow \bar{z} \in D$ .
  - a) Probar que si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y es tal que  $f(z) = iv(x, y)$ ,  $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , entonces  $f(z) = cte$  en  $D$ .
  - b) si  $f(z)$  es analítica en  $D$  y  $\overline{f(\bar{z})} = f(z) \quad \forall z \in D$ , entonces  $f(\bar{z})$  no puede ser analítica en  $D$  salvo que  $f(z) = cte$  en  $D$ . (Ayuda: Usar  $h(z) = f(z) - \overline{f(\bar{z})}$  y a)).
  - c) Usando b) demostrar que  $(\bar{z})^5 - (\bar{z})^3$  no es analítica.

**2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03**

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Determinar la respuesta del sistema  $y(n) = \frac{5}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) + x(n)$  si la señal de entrada es  $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{3}\delta(n-1)$

**2do. Parcial Integrador - Análisis III - 08/07/03**

1. Siendo  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+2i)^n n!}{n^n} z^n$ , hallar el radio de convergencia  $r$  y calcular  $\int_{|z|=r/2} (2+z+\frac{1}{z}) f(z) \frac{dz}{z}$ .
2. Sea  $f(t)$  real y par, periódica de período  $T = 2$ .  
Sus coeficientes de Fourier  $a_k$  verifican:  $a_k = 0$ , si  $|k| > 1$ .  
Si se cumple que:  $\frac{1}{2} \int_0^2 |f(t)|^2 dt = 1$  y si  $f(\frac{1}{2}) = 0$ , hallar  $f(t)$  usando la serie exponencial.
3. Si se verifica que  $\phi(t) + \int_0^t (t-x)\phi(x)dx = u(t)$ , demostrar que  $\phi(t) = \cos(t)$ .
4. Resolver:  
$$u'_t = u'_{xx} \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0$$
$$u'_x(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0$$
$$u(x, 0) = e^x$$
5. Determinar la respuesta del sistema  $y(n) = \frac{5}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) + x(n)$  si la señal de entrada es  $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{3}\delta(n-1)$