
Parcial Análisis III - 18-10-05

1. **a)** Hallar, la armónica conjugada de $u(x, y) = 2(x^2 - y^2) - y$, tal que $v(0, 0) = 0$. Justificar. **b)** Con $f = u + iv$ de **a)**, calcular $\int_{|z|=\pi} \frac{f(z)}{(z+2)^2} dz$.
2. **a)** Hallar y clasificar todas las singularidades de $f(z) = \frac{1}{\sinh(z)}$, **b)** Escribir la parte principal de su desarrollo en serie de Laurent alrededor de $z = 0$ indicando la región de convergencia.
3. Calcular la integral: $\int_0^\infty \frac{\cos(x)}{x^2 + \alpha^2} dx$
4. **a)** Transformar la región $0 < \operatorname{Re}(z) < 1$ mediante la función $f(z) = \frac{z}{z-1}$. **b)** Transformar la región $(x, y) \in \mathbb{C} : \{x \geq 0; 0 \leq y \leq x\}$ mediante $w = z^n$, con $n = 1, 2, 3$.
5. $P(z)$ es un polinomio de grado n que no tiene ceros en $|z| \geq R$ (> 0). Si \mathbf{C} es la circunferencia $|z| = R$, calcular la integral: $\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{P'(z)}{P(z)} dz$

Parcial Análisis III - 18-10-05

1. **a)** Hallar, la armónica conjugada de $u(x, y) = 2(x^2 - y^2) - y$, tal que $v(0, 0) = 0$. Justificar. **b)** Con $f = u + iv$ de **a)**, calcular $\int_{|z|=\pi} \frac{f(z)}{(z+2)^2} dz$.
2. **a)** Hallar y clasificar todas las singularidades de $f(z) = \frac{1}{\sinh(z)}$, **b)** Escribir la parte principal de su desarrollo en serie de Laurent alrededor de $z = 0$ indicando la región de convergencia.
3. Calcular la integral: $\int_0^\infty \frac{\cos(x)}{x^2 + \alpha^2} dx$
4. **a)** Transformar la región $0 < \operatorname{Re}(z) < 1$ mediante la función $f(z) = \frac{z}{z-1}$. **b)** Transformar la región $(x, y) \in \mathbb{C} : \{x \geq 0; 0 \leq y \leq x\}$ mediante $w = z^n$, con $n = 1, 2, 3$.
5. $P(z)$ es un polinomio de grado n que no tiene ceros en $|z| \geq R$ (> 0). Si \mathbf{C} es la circunferencia $|z| = R$, calcular la integral: $\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{P'(z)}{P(z)} dz$