

---

### Parcial Análisis III - 11/05/06

Se aprueba con 3(tres) ejercicios bien, uno de los cuales debe ser T1 o T2

**T1) a)** Demostrar que si  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  es analítica, las curvas  $u(x, y) = k$  y  $v(x, y) = c$ , ( $k$  y  $c$  constantes), son ortogonales en todo punto donde  $f'(z) \neq 0$ . **b)** ¿Es cierta la recíproca?

**T2)** Determinar si es posible hallar una serie de potencias  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - 4 + 2i)^n$  que converja en  $z = i$  y diverja en  $z = 1 + i$ . Justificar claramente.

**P1) a)** Hallar la parte principal del desarrollo en potencias de  $z$  en un entorno de  $z = 0$ , indicando el dominio de convergencia de la serie para la función  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z+1)}$ . Cuánto vale  $\text{Res}(f(z), z=0)$ ? **b)** Calcular la integral

$$\oint_{|z|=\pi} \frac{e^z}{z^2(z+1)} dz$$

**P2)**  $P(z)$  es un polinomio de grado  $N$  que no tiene ceros en  $|z| \geq R$  ( $> 0$ ). Si  $\mathbf{C}$  es la circunferencia  $|z| = R$ , calcular la integral:  $\frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbf{C}} \frac{P'(z)}{P(z)} dz$ . Justificar adecuadamente.

**P3)** Hallar una función armónica  $u(x, y)$  en el disco unitario  $|z| < 1$ , que en la frontera del disco tome los siguientes valores:  $u = 1$  si  $|z| = 1$ ,  $\text{Re}(z) > 0$ ,  $u = 0$  si  $|z| = 1$ ,  $\text{Re}(z) < 0$ .

---

### Parcial Análisis III - 11/05/06

Se aprueba con 3(tres) ejercicios bien, uno de los cuales debe ser T1 o T2

**T1) a)** Demostrar que si  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  es analítica, las curvas  $u(x, y) = k$  y  $v(x, y) = c$ , ( $k$  y  $c$  constantes), son ortogonales en todo punto donde  $f'(z) \neq 0$ . **b)** ¿Es cierta la recíproca?

**T2)** Determinar si es posible hallar una serie de potencias  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - 4 + 2i)^n$  que converja en  $z = i$  y diverja en  $z = 1 + i$ . Justificar claramente.

**P1) a)** Hallar la parte principal del desarrollo en potencias de  $z$  en un entorno de  $z = 0$ , indicando el dominio de convergencia de la serie para la función  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z+1)}$ . Cuánto vale  $\text{Res}(f(z), z=0)$ ? **b)** Calcular la integral

$$\oint_{|z|=\pi} \frac{e^z}{z^2(z+1)} dz$$

**P2)**  $P(z)$  es un polinomio de grado  $N$  que no tiene ceros en  $|z| \geq R$  ( $> 0$ ). Si  $\mathbf{C}$  es la circunferencia  $|z| = R$ , calcular la integral:  $\frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbf{C}} \frac{P'(z)}{P(z)} dz$ . Justificar adecuadamente.

**P3)** Hallar una función armónica  $u(x, y)$  en el disco unitario  $|z| < 1$ , que en la frontera del disco tome los siguientes valores:  $u = 1$  si  $|z| = 1$ ,  $\text{Re}(z) > 0$ ,  $u = 0$  si  $|z| = 1$ ,  $\text{Re}(z) < 0$ .