

---

**Parcial Análisis IIIB - 26 de mayo de 2009**  
**TEMA 1**

1. **a)** Hallar, la armónica conjugada de  $u(x, y) = 2(x^2 - y^2) - y$ , tal que  $v(0, 0) = 0$ . Justificar. **b)** Con  $f = u + iv$  de **a)**, calcular  $\int_{|z|=\pi} \frac{f(z)}{(z+2)^2} dz$ .
  2. **a)** Hallar y clasificar todas las singularidades en  $\mathbb{C}$  de  $f(z) = \frac{1}{\sinh(z)}$ , **b)** Escribir la parte principal de su desarrollo en serie de Laurent alrededor de  $z = 0$  indicando la región de convergencia. **c)** Hallar la parte principal del desarrollo en potencias de  $z$  en un entorno de  $z = 0$ , indicando el dominio de convergencia de la función  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z+1)}$ . Cuánto vale  $\text{Res}(f(z), z=0)$ ?
  3. Calcular la integral, justificando adecuadamente:  $\int_0^\infty \frac{\cos(x)}{x^2 + \alpha^2} dx$ , con  $\alpha > 0$ .
  4. Analizar que tipo de singularidad tiene  $f(z) = \frac{e^z}{\sin(3z)(z^2 + 1)}$  en  $z = 0$ . Hallar la parte principal del desarrollo de Laurent de  $f(z)$  en un entorno de  $z = 0$  y la región de convergencia.
- 

**Parcial Análisis IIIB - 26 de mayo de 2009**  
**TEMA 2**

1. **a)** Hallar y clasificar todas las singularidades en  $\mathbb{C}$  de  $f(z) = \frac{1}{\sinh(z)}$ , **b)** Escribir la parte principal de su desarrollo en serie de Laurent alrededor de  $z = 0$  indicando la región de convergencia. **c)** Hallar la parte principal del desarrollo en potencias de  $z$  en un entorno de  $z = 0$ , indicando el dominio de convergencia de la función  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z+1)}$ . Cuánto vale  $\text{Res}(f(z), z=0)$ ?
  2. Calcular la integral, justificando adecuadamente:  $\int_0^\infty \frac{\cos(x)}{x^2 + \alpha^2} dx$ , con  $\alpha > 0$ .
  3. **a)** Hallar, la armónica conjugada de  $u(x, y) = 2(x^2 - y^2) - y$ , tal que  $v(0, 0) = 0$ . Justificar. **b)** Con  $f = u + iv$  de **a)**, calcular  $\int_{|z|=\pi} \frac{f(z)}{(z+2)^2} dz$ .
  4. Analizar que tipo de singularidad tiene  $f(z) = \frac{e^z}{\sin(3z)(z^2 + 1)}$  en  $z = 0$ . Hallar la parte principal del desarrollo de Laurent de  $f(z)$  en un entorno de  $z = 0$  y la región de convergencia.
-