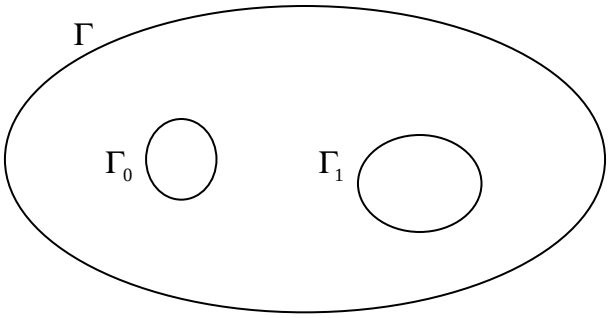
Ev. integradora Análisis Matemático III 02/07/2014

Ej 1	Ej 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej.5

TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR JUSTIFICADAS
La interpretación de los enunciados forma parte del examen

Nombre **Curso** **Legajo**

1) f(z) tiene como única singularidad un polo simple en z_0 y g(z) el polo simple z_1



$$\lim_{z\to z_0} \frac{d}{dz}\left[(z-z_0)g(z)\right]=1$$

$$\lim_{z\to z_1} \frac{d}{dz}\left[(z-z_1)f(z)\right]=2$$

$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\Gamma_0} f(z)\,dz=2$; $\frac{1}{2\pi i}\oint_{\Gamma_1} g(z)\,dz=1$. Calcular $\frac{1}{2\pi i}\oint_{\Gamma} f(z)\,g(z)\,dz$

2) a) Sea f(z) una función de variable compleja y z_0 un punto del plano complejo. Explique que significa que z_0 es :i) punto singular ii) punto singular aislado iii) punto singular evitable iv) polo de orden n v) punto singular esencial. b) Explique que diferencias hay en el desarrollo en serie de Laurent en un $V(z_0)$ para cada uno de los casos anteriores. c) Clasificar los puntos singulares de $f(z)=\frac{z^2(z-i4\pi)^2(z-6\pi)^2}{(-1+ch\,z)(e^z+1)}e^{\frac{1}{z}}$

3) Utilice la Transformada coseno de Fourier para resolver

$$\begin{cases} u_{xx}+u_{yy}=0 \quad y>0 \quad 0<x<a \\ u_y(x,0)=u(0,y)=0 \end{cases} \qquad u(a,y)=g(y) \qquad |u(x,y)|<M$$

4) Sabiendo que $|sen\,x|=\frac{2}{\pi}-\frac{4}{\pi}\sum_1^{\infty}\frac{\cos 2nx}{4n^2-1}$ utilícela para calcular $\sum_1^{\infty}\frac{1}{(4n^2-1)^2}$

5) a) Si f(t)y g(t) son funciones causales continuas por partes de orden exponencial, demuestre que la convolución también lo es. b) supuesto que las transformadas de Laplace de f(t) y g(t) son conocidas, demuestre la fórmula que permite obtener la transformada del producto de convolución de ambas.
c) Utilice la transformada de Laplace para resolver

$$\int_0^t y(\tau)\,[1-2\cos(t-\tau)]\,d\tau=sen\,t$$