

APELLIDO Y NOMBRE:

N° LEGAJO:

DIRECCIÓN DE MAIL:

1	2	3	4	5	NOTA

TODAS SUS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS

1. Sea  $f(z) = u + iv$  holomorfa en el plano complejo, con  $u v = \text{cte}$  y  $f(0) = 5$ . Calcule  $\int_{|z|=6} \frac{f(z)}{z+i} dz$

2. Sea  $f$  una función holomorfa en  $\mathbb{C}$ , excepto en los puntos  $z_1 = -1, z_2 = 2, z_3 = 4 + 2i$ , y sean las curvas:  $C_1: |z+1|=1$ ,  $C_2: |z|=3$ ,  $C_3: |z-4-2i|=4$ ,  $\Omega: |z|=8$ .

Sabiendo que:  $\int_{C_1^+} f(z) dz = 5$ ,  $\int_{C_2^+} f(z) dz = 3$ ,  $\int_{C_3^+} f(z) dz = 7$ , calcule  $\int_{\Omega^+} f(z) dz$

3. Sea  $f(z) = \frac{\sin(\pi z)}{z^2(2z^2 - 5z + 2)}$

Halle y clasifique las singularidades de  $f$  en el plano complejo ampliado, y encuentre el residuo en cada singularidad.

4. Calcule utilizando variable compleja  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$ , indicando el circuito de integración con los correspondientes límites. Calcule el valor de la integral o sólo su valor principal? ¿Puede obtener del resultado anterior  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$ ?

5. a) Halle el dominio de convergencia de la serie:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{n^3 5^n}$ .

b) Se define  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{n^3 5^n}$ ,  $z \in D$ , siendo  $D$  el dominio de convergencia de la serie. Calcule

b-1)  $\int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{(z-2)^n} dz, n \in \mathbb{Z}$     b-2)  $\int_{|z-1|=3} \frac{f(z)}{(z-2)^5} dz$