

APELLIDO Y NOMBRE:

N° LEGAJO:

DIRECCIÓN DE MAIL:

1	2	3	4	5	NOTA

TODAS SUS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS

- Sean D abierto y simplemente conexo en $\mathbb{C}$ y $u(x, y)$ una función armónica en D .
 - Pruebe que la función $f(z) = z(u_x - iu_y)$ es holomorfa en D .
 - Deduzca que $\phi(x, y) = xu_x + yu_y$ es armónica en D y escriba la ecuación de las curvas ortogonales a la familia de curvas $\phi(x, y) = k$ (k constante).
- Estudie para qué valores de α la integral $\int_0^\infty \frac{x^\alpha}{x^4 + 16} dx$ es convergente.
 - Para $\alpha = 2$, calcule el valor de la integral mediante residuos, indicando el circuito de integración.
- Sea $f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}$
 - Halle y clasifique las singularidades de f en el plano complejo ampliado, y encuentre el residuo en cada singularidad, donde sea posible.
 - Calcule $\int_\Gamma (z^3 + 1)f(z) dz$, con $\Gamma: |z| = 10$
- Sea $g(z) = \frac{2z}{(z-1)(z-3)}$
 Halle los desarrollos en serie de Laurent de la función que le permiten obtener:
 - el residuo de g en $z=1$
 - el residuo de g en el infinito
 Indique en cada caso el dominio de convergencia de la serie hallada y el residuo en el punto pedido.
- Indique si la ecuación $\exp(x^2 - y^2) \cos(2xy) + \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} = k$, con k real, puede representar la ecuación de las líneas de flujo de un campo vectorial $\vec{F}: \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$. En caso afirmativo halle la función potencial de dicho campo y su expresión con notación compleja.