

APELLIDO Y NOMBRE:

N° LEGAJO:

1	2	3	4	5	NOTA

TODAS SUS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS

- Sea $f(z) = \text{Log}(z-i)$. Indique si es posible obtener un desarrollo en Serie de Laurent de la forma $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n (z-3i)^n$ de modo tal que la serie obtenida sea convergente en: i) $z = 1+3i$, ii) $z = 0$.
En caso afirmativo, indique dominio de convergencia de la serie e indique si puede asegurar que los coeficientes a_n son nulos para $n \leq n_0$ para algún n_0 entero.
- Sea f una función holomorfa en $\mathbb{C} - \{1\}$ con un polo de orden 3 en $z = 1$, y que no tiene ceros en el semiplano $\text{Re}(z) > -2$, y sea $g(z) = \frac{f'(z)}{f(z)} + (1+z)^2 \sinh\left(\frac{i}{z}\right)$
 - Calcule $\int_{\Gamma} g(z) dz$, con $\Gamma: |z-2|=3$
 - Considere el campo vectorial $G(x, y) = (u(x, y), -v(x, y))$, siendo $u = \text{Re}(g)$, $v = \text{Im}(g)$.
Calcule la circulación de G a lo largo de la curva Γ y el flujo del mismo campo a través de Γ .
- Estudie para qué valores de α la integral $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha/2}(x^2+9)^{\alpha}}$ es convergente.
 - Pruebe que la integral $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{1+x^2} dx$ es convergente y calcúlela utilizando variable compleja.
- Sea $g(z) = \frac{2z+3}{z^2-1}$
Halle un desarrollo en serie de Laurent de la función que le permiten obtener:
 - el residuo de g en $z=1$
 - el residuo de g en el infinito.
 Indique en cada caso el dominio de convergencia de la serie hallada y el residuo en el punto pedido.
- Halle una función $\phi(x, y)$ armónica en la región $A = \{z \in \mathbb{C} / \text{Im}(z) - 1 \geq |\text{Re}(z)|\}$ que verifique $\phi(x, 1+x) = 0$ si $x \geq 0$ y $\phi(x, 1-x) = 2$ si $x < 0$.
 - Justifique por qué puede asegurar que tanto la función ϕ como su conjugada armónica son de clase C^{∞} en el interior de la región A .