

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE LEGAJO EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: _____

Número de legajo: _____ Curso: _____

Cal.....

1. a) Hallar la serie de Fourier de senos de $f(x) = 2x - x^2$ para $0 \leq x \leq 2$
 b) Diga a qué función converge puntualmente dicha serie. La convergencia es uniforme?. Si se deriva la serie obtenida término a término la serie así obtenida converge puntualmente a $f'(x)$?
 c) Hallar en base al desarrollo anterior $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}$.

Justificar cuidadosamente. Dato:

$$\int (2x - x^2) \sin ax \, dx = \frac{2}{a^2} (1 - x) \sin ax + \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a} - \frac{2}{a^3} \right) \cos ax + c$$

Cal.....

2. Resolver:

$$\begin{cases} u_{xx}(x, t) = \frac{1}{2} u_t(x, t) & 0 < x < 2 \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 2x - x^2 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Cal.....

3. Sea $f(t) \begin{cases} 1 & \text{si } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{si } |t| > 1 \end{cases}$ y $g(t) \begin{cases} 2 & \text{si } -8 < t < 0 \\ -2 & \text{si } 0 < t < 8 \\ 0 & \text{si } |t| > 8 \end{cases}$

Sean $F(\omega)$ y $G(\omega)$ las Transformadas de Fourier de $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente.

a) Sin calcular $F(\omega)$ y utilizando adecuadas propiedades de la transformada de Fourier, calcule la Transformada de Fourier de $g(t)$ en función de $F(\omega)$, demostrando la o las propiedades que utiliza.

b) Sea $h(t) = \begin{cases} 2t + 8 & \text{si } -8 < t < 0 \\ -2t + 8 & \text{si } 0 < t < 8 \\ 0 & \text{si } |t| > 8 \end{cases}$ y sea $H(\omega)$ la Transformada de Fourier de $h(t)$. Sin

calcular $H(\omega)$: ¿Puede afirmar que se cumple que $H(\omega) = \frac{G(\omega)}{i\omega}$? Justifique su respuesta.

Cal.....

4. Utilizando la Transformada de Laplace resolver: $y'' - 5y' + 4y = f(z)$ con

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } 0 < t < 1 \\ 1 + e^{-t} & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

con condiciones iniciales: $y(0^+) = 1$; $y'(0^+) = 0$

Cal.....

5. Sea $\mathbf{F} : A \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}/\mathbf{F}(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$ un campo vectorial.

1) Defina potencial complejo del campo vectorial $\mathbf{F}$ indicando que condiciones debe cumplir $\mathbf{F}$ para que dicho potencial exista.

2) Diga que representan la parte real y la parte imaginaria de un potencial complejo.

3) Justifique por qué las curvas de nivel y las equipotenciales son ortogonales entre sí.

4) ¿Puede ser

$$e^{x^2 - y^2} \sin 2xy - \frac{y}{x^2 + y^2} + 2xy = cte$$

la ecuación de las líneas de corriente de un fluido ideal que se mueve en el plano complejo?