

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: _____

Número de padrón: _____ Cuatrimestre. de cursada: _____

e-mail: _____ Curso: _____

Cal..... 1. a) Sea

$$f(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\cos tx}{x^2 + 1} dx$$

Analizar su C.V. y calcular $f(t)$.

b) De dicha integral obtenga la transformada de Fourier de $f(t)$

Cal..... 2. a) Demuestre la propiedad que permite calcular la transformada de Laplace de la derivada primera de una función $f(t)$ conociendo la transformada de Laplace de $f(t)$. Aplique dicha propiedad para obtener la transformada de Laplace de la derivada 2° de $f(t)$.

b) Utilice la transformada de Laplace de para resolver $y'' - 4y' + 5y = x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } 0 < t < 1 \\ 1 + e^{-t} & \text{si } t > 1 \end{cases}$

con $y(0) = y'(0) = 0$.

Cal..... 3. a) Dado el sistema ortonormal en el intervalo $[0, \pi]$: $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos 2nx, \sin 2nx \right\}_{n=1}^{\infty}$ y la función $f(x) = x^2$ si $0 < x < \pi$ diga a que función (definida en el eje real) converge la correspondiente serie de Fourier i) en el sentido de la convergencia cuadrática ii) en el sentido de la convergencia puntual iii) ¿Puede asegurar la convergencia uniforme de la serie? b) Obtenga un desarrollo en serie de Fourier de cosenos para la función dada y diga a que función (definida en el eje real) converge la correspondiente serie de Fourier i) en el sentido de la convergencia cuadrática ii) en el sentido de la convergencia puntual iii) ¿Puede asegurar la convergencia uniforme de la serie? c) Utilice el desarrollo obtenido en b) para obtener el valor de $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2}$ y el de $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

Cal..... 4. En un bloque sólido que ocupa la región $A = \{(x, y, z)/y > 0, 0 \leq x \leq a\}$ fluye el calor en régimen permanente en dirección paralela al plano $z = 0$. La temperatura en la pared $y = 0$ es $f(x)$, mientras que sus otras dos caras se mantienen a 0°C . Halle la temperatura $u(x, y, z)$ en cada punto del sólido en función de $f(x)$ siendo $f(x)$ la función del ejercicio 3). (NO CALCULE LOS COEFICIENTES DE LA SOLUCIÓN PERO INDIQUE LAS FÓRMULAS PARA SU CÁLCULO)

Cal..... 5. ¿Puede ser $m(x, y) = e^{3x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \cos 3y + \frac{y}{x^2 + y^2} \sin 3y \right)$ la parte real del potencial complejo de un cierto campo vectorial?. En caso afirmativo:

1. Halle dicho potencial complejo
2. Indique la ecuación de las líneas de flujo y las equipotenciales
3. Explique porqué dichas curvas son ortogonales

Datos: $\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x + C$ $\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + C$ $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2}$
 $\int u^2 \cos u du = u^2 \sin u + 2(-\sin u + u \cos u) + C$;
 $\int u^2 \sin u du = -u^2 \cos u + 2(\cos u + u \sin u) + C$