POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE LEGAJO EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C)CADA EJERCICIO TIENE DOS ITEMS: a) y b). PARA APROBAR EL ALUMNO DEBERÁ TENER UNO DE LOS DOS ITEMS BIEN EN CADA PUNTO. TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: ______________________ Profesor de teórica: ______________________

Número de padrón: ______________________ e-mail: ______________________

Cal........

1. a)Hallar la funcion $f(t)$ tal que $f(t) = 0$ si $x < 0$ y $\frac{e^{-3z}}{z^4+4} = \int_0^\infty z^{-1} f(t+1) e^{-tz} dt$

   b)Las funciones que intervienen en el siguiente sistema $\left[\begin{array}{l} y(t) = r(t) * e(t) \\ z(t) = w(t) * y(t) \\ e(t) = x(t) - z(t) \end{array}\right.$ son transformables Laplace y satisfacen: $f(t) = 0$ si $x < 0$, donde * es el producto convolución. Las T.L de $w(t)$ y $r(t)$ son $W(s) = \frac{10}{s(s-2)}$ y $R(s) = \frac{0{,}1}{s}$. Si $x(t)$ es la función de Heaviside, hallar $y(t)$.

Cal........

2. a)Resolver $\nabla^2 u = 0$ en la región definida por:

   $D = \Big\{(x,y) \,:\, (x-1)^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x+1)^2 + y^2 \leq 4\Big\}$si:

   $$\left[\begin{array}{l} u\big[(x-1)^2 + y^2 = 4\big] = 1 \\ u\big[(x+1)^2 + y^2 = 4\big] = 0 \end{array}\right.$$

   b)Las funciones de variable compleja f y h tienen cada una un único punto singular en la región D limitada por la curva simple y cerrada Γ. Sea z_0 el P.S. correspondiente a f y z_1 el correspondiente a h. Sean Γ_0 y Γ_1 como se indican en la figura. En ambos casos se trata de polos simples. Si: $\int_{\Gamma_0} f(z)dz = 2\pi i h(z_0)$; $\int_{\Gamma_1} h(z)dz = 2\pi i f(z_1)$; $\int_\Gamma [f(z) + h(z)]dz = 2\pi i$ y $\int_\Gamma f(z)h(z)dz = 2\pi i$, hallar los posibles valores para $h(z_0)$ y $f(z_1)$.

Cal........

3. Dada $f(x) = \left[\begin{array}{cc} 5\sin x & -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ 4 & x = -\frac{\pi}{2} \\ \cos(x + \frac{\pi}{2}) & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{2}{\pi}x & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{array}\right.$ y sea $S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_1^\infty a_n \cos nx + \sum_1^\infty a_n \sin nx$ su D.S.F. en $[-\pi, \pi]$. Sin calcular los coeficientes de la serie:

   1. a) Hallar el valor de $S(x)$ $\forall x \in [-\pi, \pi]$
   2. b) Calcular $\sum_1^\infty (a^2 + b^2)$

   b)Estableciendo las hipótesis necesarias, demuestre que:

   $F_c\big[f''(t)\big] = -f'(0) - \omega^2 F_c\big[f(t)\big]$

   b) utilice dicha propiedad para hallar la transformada de Fourier coseno de la solución del problema

   $$\left[\begin{array}{lll} \frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ku & x > 0 & t > 0 \\ u_x(0,t) = 0 & t \geq 0 & \\ u(x,0) = e^{-x} & x \geq 0 & \end{array}\right.$$