

POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES: A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: _____

Número de padron: _____ Cuatrimestre. de cursada: _____

e-mail: _____ Curso: _____

Cal.....

1. Resolver mediante la Transformada de Laplace: $y''(t) - 2y'(t) + 5y(t) = f(t)$ siendo:

$$f(t) = \begin{cases} e^t & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{si } t > 1 \end{cases}$$

Con condiciones iniciales nulas en $t = 0$

Cal.....

2. Una pared semiinfinita está limitada por

$$\left\{ \begin{array}{ll} y = 0 & \text{con } 0 \leq x \leq \pi \\ x = \pi & \text{con } y \geq 0 \\ x = 0 & \text{con } y \geq 0 \\ -\infty < z < \infty \end{array} \right.$$

a) La temperatura en las caras correspondientes a los planos $x = 0$ e $y = 0$ es 0°C y la cara sobre el plano $x = \pi$ está a temperatura $g(y)$. Resolver la ecuación del calor en régimen permanente o estacionario en dicha pared dejando el resultado expresado en función de $g(y)$.

b) De las siguientes posibles funciones diga cual (o cuales) podrían ocupar el lugar de $g(y)$, justificando su respuesta:

- $g(y) = e^y$
- $g(y) = 1$
- $g(y) = e^{-y}$

Cal.....

3. La región en R^2 definida por:

$$A = \left\{ (x, y) / (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 1 \wedge y \leq 1+x \right\}$$

representa un condensador donde la función potencial en los bordes cumple las condiciones:

$$u(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y = x + 1 \\ 1 & \text{si } (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1 \end{cases}$$

Halle, analítica o gráficamente, una función $f(z)$ de variable compleja que transforme el condensador dado en un par de placas paralelas, explicando que características debe tener $f(z)$ para que permita hallar $u(x, y)$. Indique como quedan las condiciones de contorno en las placas paralelas (No es necesario hallar la función $u(x, y)$)

Cal.....

4. a) Estableciendo las hipótesis necesarias, demuestre que si la transformada de Laplace de una función es $F(s)$, la de su derivada es: $sF(s) - f(0^+)$.

b) La función $f(t) = \sin(e^{t^2})$ es de orden exponencial (verificarlo). La función $f'(t)$ ¿es de orden exponencial? ¿Tiene transformada de Laplace?