

**POR FAVOR, LEA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES:** A) NO OLVIDE ESCRIBIR SU NOMBRE Y NÚMERO DE PADRÓN EN CADA HOJA UTILIZADA, Y EL NOMBRE DEL PROFESOR ENCARGADO DE LA CLASE TEÓRICA. B) NO SE CONTESTARÁN PREGUNTAS DE NINGÚN TIPO, NI SIQUIERA SOBRE LOS ENUNCIADOS, DADO QUE LA INTERPRETACIÓN DE LOS MISMOS FORMA PARTE DEL EXAMEN. C) TODAS LAS RESPUESTAS DEBEN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS.

Nombre y apellido: \_\_\_\_\_

Número de padrón: \_\_\_\_\_ Cuatrimestre. de cursada: \_\_\_\_\_

e-mail: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Cal.....

1. a) Demuestre las siguientes propiedades de la Transformada de Laplace (T.L) introduciendo las hipótesis necesarias:

1. Si la T.L. de  $f(t)$  es  $F(s)$ , la T.L de  $f'(t)$  es  $sF(s) - y(0^+)$

2. Si la T.L. de  $f(t)$  es  $F(s)$ , la T.L de  $\int_0^t f(\tau) d\tau$  es  $\frac{F(s)}{s}$

- b) Hallar una función  $y(t)$  causal que satisfaga la siguiente ecuación integro-diferencial:

$$y'(t) + 4 \int_0^t y(\tau) d\tau = \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau \quad y(0^+) = 1$$

Cal.....

2. a) Utilice la definición de Antitransformada de Fourier para calcular la antitransformada de:

$$F(\omega) = \frac{\omega}{\omega^2 + 1}$$

- b) En la región  $A = \{(x, y) / y \geq 0\}$  fluye el calor en régimen permanente, siendo la temperatura en el eje  $x$  una cierta función  $f(x)$ . Considere las siguientes posibilidades para  $f(x)$ :

1.  $f(x) = e^{-|x|}$

2.  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < 1 \\ 0 & \text{si } |x| > 1 \end{cases}$

3.  $f(x) = e^x$

Indique para que funciones puede resolver el problema de hallar la función temperatura en cada punto del plano, utilizando Transformada de Fourier y, en caso de ser posible para alguna, resuelva.

b) Indique para que funciones puede resolver el problema de hallar la función temperatura en cada punto del plano, utilizando Transformación conforme. En caso de ser posible para alguna, resuelva.

Cal.....

3. Dada  $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{z^2[e^{\frac{1}{z}} - 1]}$ :

a) Clasificar las singularidades en el plano complejo ampliado

b) Calcular  $\oint_{\Gamma} f(z) dz$  siendo  $\Gamma : |z - \frac{1}{2\pi i}| = \frac{1}{6\pi}$  orientada en sentido antihorario

c)  $\oint_{\Omega} f(z) dz$  siendo  $\Omega : |z| = 10$  orientada en sentido antihorario

Cal.....

4. ¿Puede ser  $m(x, y) = 2xy - \frac{x^2 - y^2}{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2} + chx \cos y + e^x \cos y$  la parte real del potencial complejo de un cierto campo vectorial? En caso afirmativo: a) Halle dicho potencial complejo. b) Indique la ecuación de las líneas de flujo y las equipotenciales. c) Explique por qué dichas curvas son ortogonales d) Si  $\Gamma$  es una curva cerrada simple, calcule todos los valores posibles que puede tomar la circulación y el flujo de dicho campo vectorial sobre  $\Gamma$